

~~XIII 291~~

30-0095/001

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz
der Technischen Universität Braunschweig
Abteilung: Theoretische Grundlagen im Massivbau

B I B L I O T H E K
Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz
der Technischen Universität Braunschweig
Beethovenstraße 52
D-3000 Braunschweig

"Rechenansätze in Form einer Spannungsdehnungsbeziehung für das Mitwirken
des Betons in der gerissenen Zugzone von Stahlbetonquerschnitten"

von

Prof. Dr.-Ing. Ulrich Quast

Braunschweig, im Februar 1980

Gefördert mit Hilfe von Forschungsmitteln des Landes Niedersachsen

DR 624 044: 697 328

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	3
1.1	Aufgabenstellung.....	3
1.2	Bisherige Arbeiten.....	4
2	Spannungsdehnungsbeziehung für Beton.....	6
3	Nachrechnung von Versuchen.....	10
3.1	Versuche von Rüschi und Rehm /1/.....	11
3.2	Versuche von Rüschi und Rehm /2/.....	18
3.3	Versuche von Weigler, Karl und Lieser /3/.....	26
3.4	Versuche von Caflisch und Thürlimann /4/.....	28
3.5	Versuche von Franz und Brenker /5/.....	45
4	Zusammenfassung.....	59
5	Anerkennungen.....	60
6	Zusammenstellung der Formelzeichen.....	61
7	Schrifttum.....	63

1 Einleitung

1.1 Aufgabenstellung

Verformungen von Stahlbetonbauteilen lassen sich insbesondere im Gebrauchszustand nur dann wirklichkeitsnah berechnen, wenn auch das Mitwirken des Betons auf Zug zwischen den einzelnen Rissen berücksichtigt wird. In Ermangelung zutreffender Rechenansätze darf nach DIN 1045, Abschn. 16.2.3, /6/ ein Mitwirken des Betons auf Zug unter Gebrauchslast näherungsweise durch Annahme eines um 10 % vergrößerten Querschnitts der Zugbewehrung berücksichtigt werden. In /7/ werden zur Berechnung der Durchbiegung unter Gebrauchslast verschiedene Korrekturbeiwerte in graphischer Form angegeben, mit denen die Werte, die für ungerissenen Beton ermittelt wurden, abzuändern sind. Geeignete Spannungsdehnungslinien als Grundlage für allgemein anwendbare Rechenverfahren fehlen bisher.

Nur zur Ermittlung der Bruchschnittgrößen oder zur Berechnung der Verformungen von Stahlbetondruckgliedern unter rechnerischer Bruchlast enthält /6/ Spannungsdehnungslinien, die für beliebige Querschnitte allgemein angewendet werden können, jedoch bleibt das Mitwirken des Betons auf Zug zwischen den Rissen für diese Anwendungsfälle ausdrücklich ausgeschlossen.

Der Grund dafür, Formänderungen unter Gebrauchslasten mit /7/ nach einem anderen Verfahren zu berechnen als es für Formänderungen unter rechnerischer Bruchlast in /6/ vorgesehen wird, liegt nicht in der Natur der Sache, sondern ist vielmehr eine Folge der bisherigen Entwicklung. Ein einziges, einheitliches Verfahren für Gebrauchslasten und rechnerische Bruchlasten und für alle Zwischenzustände ist jedoch insbesondere bei programmgesteuerter Berechnung wünschenswert.

In dieser Arbeit soll überprüft werden, ob mit einer einfachen Spannungsdehnungsbeziehung, die sowohl im Druckbereich als auch im Zugbereich definiert wird,

eine hinreichend genaue Berechnung der Verformungen von Stahlbetonbauteilen unter Gebrauchslast ebenso wie unter rechnerischer Bruchlast möglich ist.

1.2 Bisherige Arbeiten

Rao gibt in /8/ einen Beiwert zur Abminderung der Stahldehnung an, die ohne Berücksichtigen des Mitwirkens von Beton auf Zug zwischen den Rissen errechnet wurde. Dieser Beiwert wird durch Auswerten von Versuchen gefunden und berücksichtigt pauschal die Verbundgesetze, die Größe der mitwirkenden Betonzugfläche in der Mitte zwischen zwei benachbarten Rissen sowie die Verteilung der Betonzugspannungen in dieser Fläche. Die Gesetzmäßigkeiten für die genannten Einzeleinflüsse lassen sich aus den verfügbaren Versuchen nicht ableiten.

Die Angaben von Rao gelten für das mittlere Krümmungsverhalten eines Stahlbetonbauteils. Dieses zu kennen reicht aus, um die Verformung eines Bauteils berechnen zu können. Es wird absichtlich nicht versucht, die unterschiedlichen Dehnungszustände anzugeben, wie sie im Riß und zwischen den Rissen bestehen. Hierzu müßte die grundlegende Annahme der technischen Biegelehre über die geradlinige Verteilung der Dehnungen im Querschnitt aufgegeben werden.

Mit Rechenverfahren nach der Methode finiter Elemente können gerissene Querschnitte ohne die Annahme über das Ebenbleiben berechnet werden. Ngo und Scordelis verwenden in /9/ rein elastische Stoffgesetze für Beton und Stahl sowie eine geradlinige Abhängigkeit der Verbundspannungen von der eintretenden Verschiebung zwischen Beton und Stahl. Nichtlineare Zusammenhänge für die Stoffgesetze und das Verbundverhalten berücksichtigt Nilson in /10/. Franklin verfeinert die genannten Verfahren in /11/. Plauk verwendet in /12/ Verbundgesetze, die es gestatten, das Verformungsverhalten bis zum endgültigen Bruch zu berechnen.

Nach der Methode finiter Elemente lassen sich beliebige Rechenansätze behandeln, die das Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen an sich sehr zutreffend zu berechnen erlauben. Für die praktische Anwendung in Ausführungsberechnungen für Stahlbetontragwerke sind diese Verfahren jedoch nicht geeignet, weil der Rechenaufwand zu groß ist, die erforderlichen Rechengesetze aus Versuchen nur näherungsweise bestimmt werden können und auch eine weniger gute Obereinstimmung mit der Wirklichkeit ausreicht. Aus diesem Grunde schlagen Gilbert und Warner in /13/ vor, den Einfluß des Mitwirkens des Betons auf Zug näherungsweise durch eine Vergrößerung der vorhandenen Bewehrung zu berücksichtigen. Die erreichbare Genauigkeit wird durch Nachrechnung einiger weniger Versuche gezeigt.

2 Spannungsdehnungsbeziehung für Beton

Die in Bild 2.1 dargestellte Spannungsdehnungsbeziehung für Beton leitet sich von der Spannungsdehnungslinie nach Bild 11 in DIN 1045 /6/, dem Parabel-Rechteckdiagramm, ab. Durch Wahl eines beliebigen Exponenten n für den Bereich bis zum Erreichen des Rechnungswertes der Betondruckfestigkeit β_R bei einer Dehnung ϵ_S kann die Linie hinreichend genau jeder gewünschten Form angepaßt werden. Mit zunehmenden Exponenten n lassen sich der Reihe nach Spannungsverteilungen in Form eines Spannungsblocks, einer linearen Spannungsverteilung, einer parabelförmigen Spannungsverteilung bis hin zum vollplastischen Zustand definieren, so wie es durch die Angabe der verschiedenen Exponenten n in Bild 2.1 angedeutet ist. Die Verwendung einer rechteckförmigen Spannungsverteilung zwischen den Dehnungen ϵ_S und ϵ_u als Vereinfachung für eine in Wirklichkeit fallende Spannungsdehnungslinie nach Erreichen des Scheitelwerts ist an die Voraussetzung geknüpft, daß die Grenzdehnung ϵ_u mit einem geeigneten Wert vorgegeben wird.

Dieser Typ der Spannungsdehnungsbeziehung wird bevorzugt, weil er einerseits die üblichen Spannungsdehnungslinien nach Bild 10 (Dreieck-Rechteck) oder Bild 11 (Parabel-Rechteck) in DIN 1045 /6/ unmittelbar enthält und andererseits einfache Ausdrücke für den Flächeninhalt und das Flächenmoment 1. Grades ergibt. Diese Ausdrücke werden für die Spannungsintegration eines Querschnitts benötigt. Die entsprechenden Formeln werden weiter unten angegeben.

Für den Zugbereich wird ein dem Druckbereich affiner Verlauf der Spannungsdehnungslinie vorausgesetzt. Durch entsprechende Wahl des Dehnungswertes ϵ_{BZ} kann jeder beliebige Rechnungswert für die Betonbiegezugfestigkeit β_{BZ} vorgegeben werden. Betonzugspannungen werden vollständig ausgeschlossen, wenn $\epsilon_{BZ} = 0$ gesetzt wird.

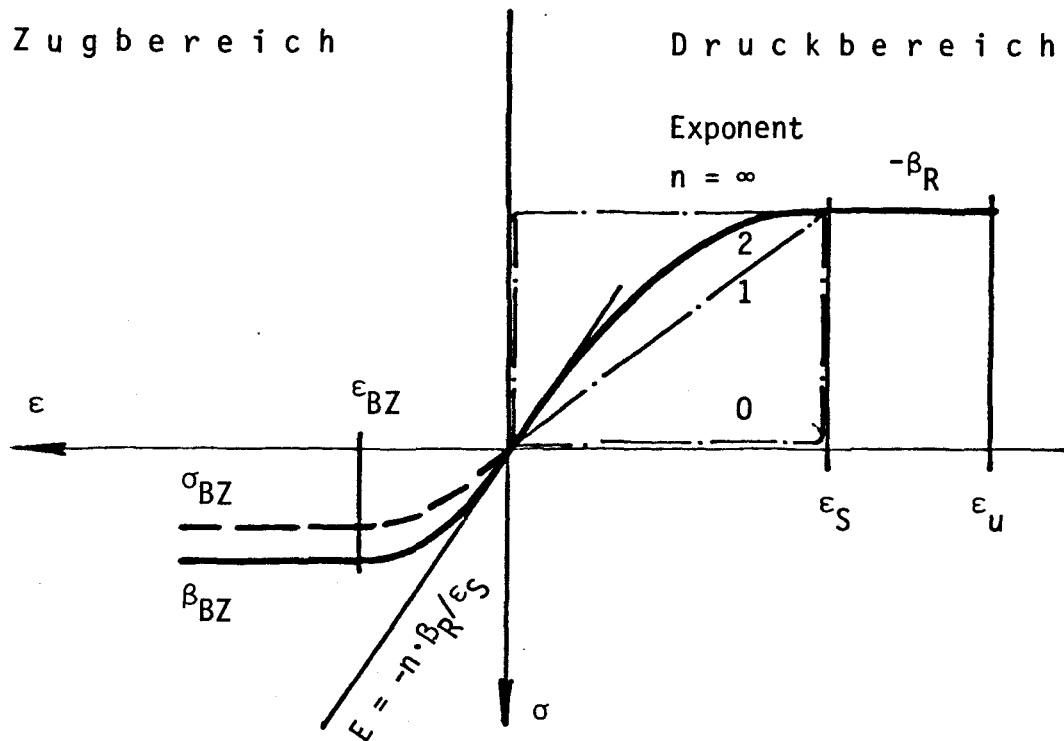


Bild 2.1 : Spannungsdehnungsbeziehung für Beton zum vereinfachten Berücksichtigen des Mitwirkens des Betons auf Zug zwischen den Rissen in bewehrten Bauteilen

Die Betonzugspannungen sind in der Zugzone zwischen zwei Rissen nicht konstant. Entsprechend den Verbundgesetzen wachsen sie vom Wert Null im Riß auf den Größtwert, der auf den Wert der Biegezugfestigkeit begrenzt ist, in der Mitte zwischen zwei Rissen an. Ohne Kenntnis über den genauen Verlauf der Betonzugspannungen kann vereinfacht davon ausgegangen werden, daß im Rißzustand, unmittelbar nach Eintreten des Risses, der Mittelwert der Betonzugspannungen gleich der Hälfte der Biegezugfestigkeit sein kann. Andererseits darf der Größtwert der Betonzugkraft nicht größer als die im Riß durch die Bewehrung aufnehmbare Zugkraft sein. Beide Bedingungen lassen sich durch Vorgabe des Wertes ϵ_{BZ} entsprechend Gleichung (1) einhalten.

$$\beta_{BZ} = - \frac{\epsilon_{BZ}}{\epsilon_S} \beta_R \quad (1)$$

Mit zunehmender Dehnung in der Zugzone wird der Verbund zwischen Bewehrung und Beton zerstört, so daß der Mittelwert der in der Zugzone wirkenden Zugspannungen allmählich abnimmt. Geht man davon aus, daß der Mittelwert der Zugspannungen vom rechnerischen Größtwert β_{BZ} entsprechend Gleichung (1) auf Null abfällt, wenn die Stahldehnung ϵ_S den Wert ϵ_{SS} bei Erreichen der Streckgrenze angenommen hat, dann läßt sich für den veränderlichen Mittelwert der Zugspannungen σ_{BZ} für Stahldehnungen $\epsilon_{BZ} \leq \epsilon_S \leq \epsilon_{SS}$ entsprechend Gleichung (2) schreiben:

$$\sigma_{BZ} = \beta_{BZ} \frac{\epsilon_{SS} - \epsilon_S}{\epsilon_{SS} - \epsilon_{BZ}} \quad \text{für } \epsilon_{BZ} \leq \epsilon_S \leq \epsilon_{SS} \quad (2)$$

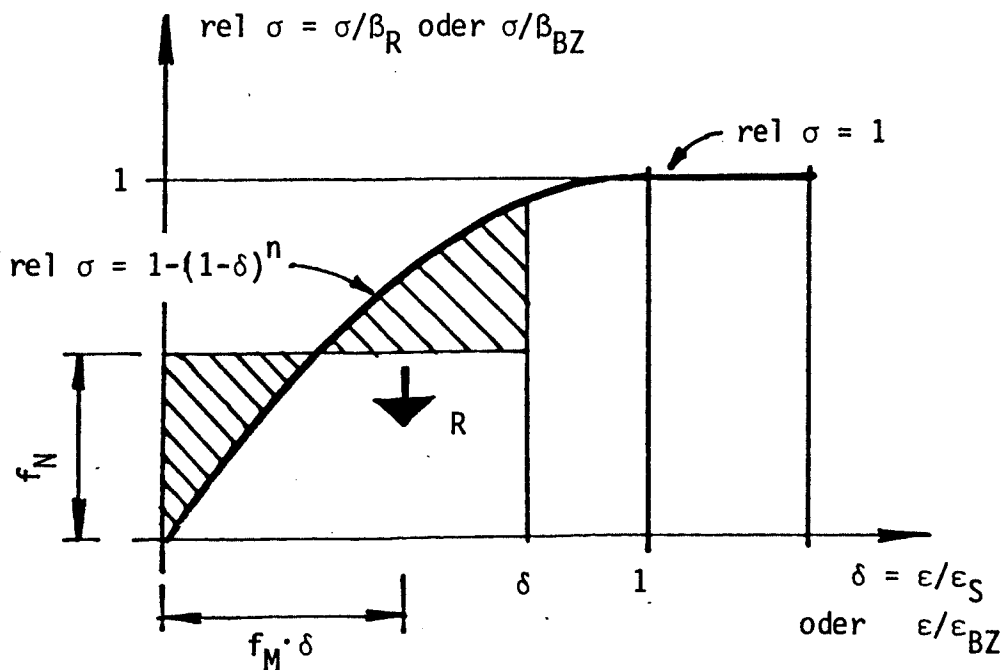


Bild 2.2 : Normierte Spannungsdehnungslinie

Mit den Bezeichnungen der Spannungsdehnungslinie in normierter Form entsprechend Bild 2.2 lassen sich die für eine numerische Spannungsintegration erforderlichen Werte der bezogenen Spannung $\text{rel } \sigma$, der Resultierenden der bezogenen Spannungen $R = f_N \cdot \delta$ und ihr Abstand vom Nullpunkt $f_M \cdot \delta$ mit Hilfe der Gleichungen (3) bis (8) angeben.

Für $0 \leq \delta \leq 1$ gilt:

$$\text{rel } \sigma = 1 - (1-\delta)^n \quad (3)$$

$$f_N = 1 - \frac{1 - (1-\delta)^{n+1}}{(n+1) \delta} \quad (4)$$

$$f_N \cdot f_M = \frac{1}{2} - \frac{1 + [(n+1)(1-\delta) - (n+2)](1-\delta)^{n+1}}{(n+1)(n+2) \delta^2} \quad (5)$$

Für $1 \leq \delta$ gilt:

$$\text{rel } \sigma = 1 \quad (6)$$

$$f_N = 1 - \frac{1}{(n+1) \delta} \quad (7)$$

$$f_N \cdot f_M = \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2) \delta^2} \quad (8)$$

Die hier vorgeschlagene Spannungsdehnungsbeziehung wurde absichtlich nicht im Hinblick auf bestmögliche Übereinstimmung mit Versuchswerten abgeleitet sondern vielmehr im Hinblick auf einfache Anwendung für praktische Tragwerksberechnungen gewählt. Sie enthält als Sonderfälle die üblichen Spannungsdehnungslinien nach DIN 1045 und erlaubt die Spannungsintegration auf numerischem Wege mit vergleichsweise einfachen Ausdrücken.

3 Nachrechnung von Versuchen

Durch Vergleich der mittleren Momentkrümmungswerte, die in Versuchen mit Biegeträgern ermittelt wurden, soll überprüft werden, welche Genauigkeit sich durch Verwendung der in Abschnitt 2 angegebenen Spannungsdehnungsbeziehung für Beton erreichen läßt. Für diesen Vergleich werden nur Versuche mit Bewehrungen aus Betonrippenstahl verwendet, weil nur sie den üblichen Anwendungen entsprechen. Insgesamt werden 39 Versuche nachgerechnet; dabei haben die Balken in 20 Versuchen einen Rechteckquerschnitt, in 7 Versuchen einen T-Querschnitt und in 12 Versuchen einen I-Querschnitt. In 11 Versuchen sind die Balken vorgespannt, wobei unterschiedliche Vorspanngrade angewendet werden. Die Würfeldruckfestigkeiten β_W der Betone aller Versuche liegen zwischen 12,0 und 48,0 N/mm². Die Festigkeiten β_S bei Erreichen der Streckgrenze liegen für die verwendeten Betonrippenstähle zwischen 343 und 580 N/mm². Die auf den Gesamtquerschnitt bezogenen mechanischen Bewehrungsverhältnisse ω liegen zwischen 0,04 und 0,68.

Die der Berechnung zugrundeliegenden Kennwerte der Spannungsdehnungsbeziehungen sind in den einzelnen Bildern mit der Darstellung der Momentkrümmungswerte angegeben. Der Rechenwert der größten Betondruckspannung β_R wurde in Ermangelung einer genaueren Angabe für alle Berechnungen einheitlich zu 0,85 β_W angesetzt. Die Dehnung bei Erreichen des Größtwerts der Betondruckspannung wurde einheitlich mit $\epsilon_S = -2$ mm/m vorgegeben und der Exponent n der Spannungsdehnungslinie wurde so gewählt, daß für $\epsilon = 0$ der tatsächliche Elastizitätsmodul unter Gebrauchslast als Gradient der Spannungsdehnungslinie erhalten wird. Ebenfalls einheitlich wurde für alle Versuche der Grenzwert bei Erreichen der Biegezugfestigkeit des Betons mit $\epsilon_{BZ} = 0,1$ mm/m vorgegeben. Diese Annahme bedeutet, daß die in Rechnung gestellten Größtwerte der mittleren Biegezugspannungen jeweils gleich 1/20 der in Rechnung gestellten größten Betondruckspannungen sind.

3.1 Versuche von Rüsç und Rehm /1/

Die Versuchsbalken hatten Rechteckquerschnitte mit den Abmessungen $b/d = 30/62,5$ cm, eine Länge von 4,50 m und eine Stützweite von 4,00 m. Die Belastung erfolgte durch zwei Einzellasten in den Viertelpunkten. Beim Betonieren lag die Bewehrung in den meisten Fällen unten; einige Balken wurden auch mit obenliegender Bewehrung hergestellt, um den Einfluß der Lage der Bewehrung beim Betonieren auf die Verbundeigenschaften zu untersuchen. Die wichtigsten Einzelheiten über die nachgerechneten Versuchsbalken sind in Tafel 3.1 zusammengestellt. In dieser Zusammenstellung wurden solche Balken, deren Betonfestigkeit und deren Längsbewehrungsverhältnis nicht stark voneinander abweichen, zu einer Gruppe zusammengefaßt. Aus jeder dieser Gruppen wurde hier ein Versuch mit untenliegender Bewehrung ausgewählt.

Lfd. Nr.	BEZEICHNUNG	β_w	E_b	h	BEWEHRUNG	β_s
		N/mm ²	kN/mm ²	cm		N/mm ²
1	R26	17.0	20.5	58.7	4Ø16	523
2	R19	24.0	24.0	55.4	10Ø10	524
3	R67	17.5	21.0	58.2	2Ø26	465
4	R65	20.5	22.8	58.5	2Ø26	409
5	R17	27.5	26.0	55.7	8Ø16	523

Tafel 3.1.1: Übersicht der wichtigsten Kennwerte für die nachgerechneten Versuche.

Da in /1/ weder Krümmungswerte noch Dehnungswerte direkt zahlenmäßig angegeben sind, wurden die Kümungswerte aus den Dehnungswerten errechnet, wie sie sich aus den in /1/ enthaltenen graphischen Darstellungen für die gemessenen Dehnungswerte ablesen lassen. Der Elastizitätsmodul der für die Versuchsbalken verwendeten Betone war nicht bestimmt worden. Die in Tafel 3.1.1 angegebenen Werte wurden aus /14/ entnommen, weil es sich gemäß den Angaben in /8/ um vergleichbare Betone handeln soll.

Die Bilder 3.1.1 bis 3.1.5 zeigen die errechneten und die in Versuchen ermittelten Momentkrümmungswerte. Die Unstetigkeit der Versuchslinie ist auf die vorgenommene 14-malige Entlastung zurückzuführen.

VERSUCH R26 (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /1/ RUESCH, H., UND G.REHM

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.19

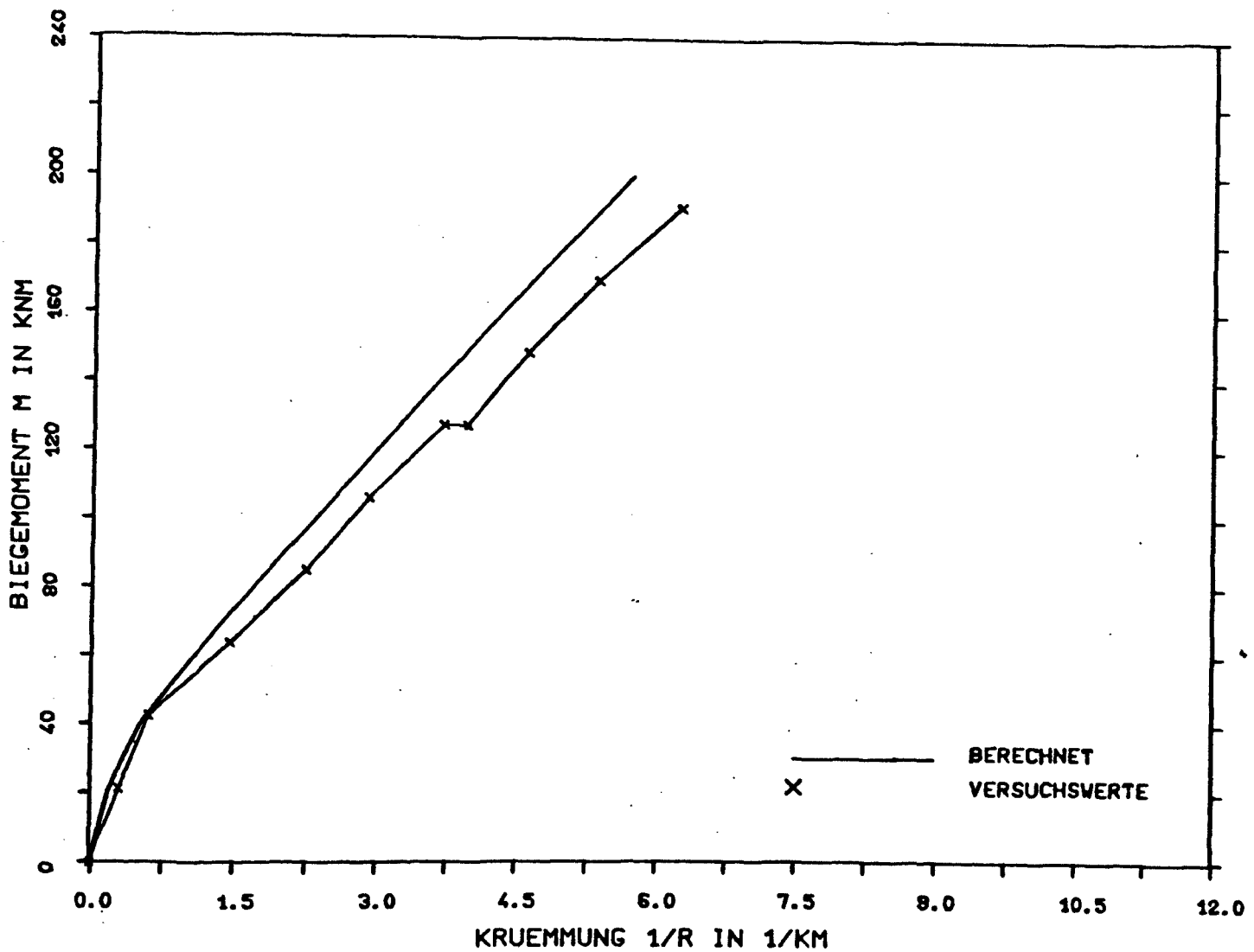


BILD 3.1.1 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
14.50	-2.0	-3.5	0.1	2.80	2.50	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH R19 (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /1/ RUESCH, H. UND G. REHM

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.13

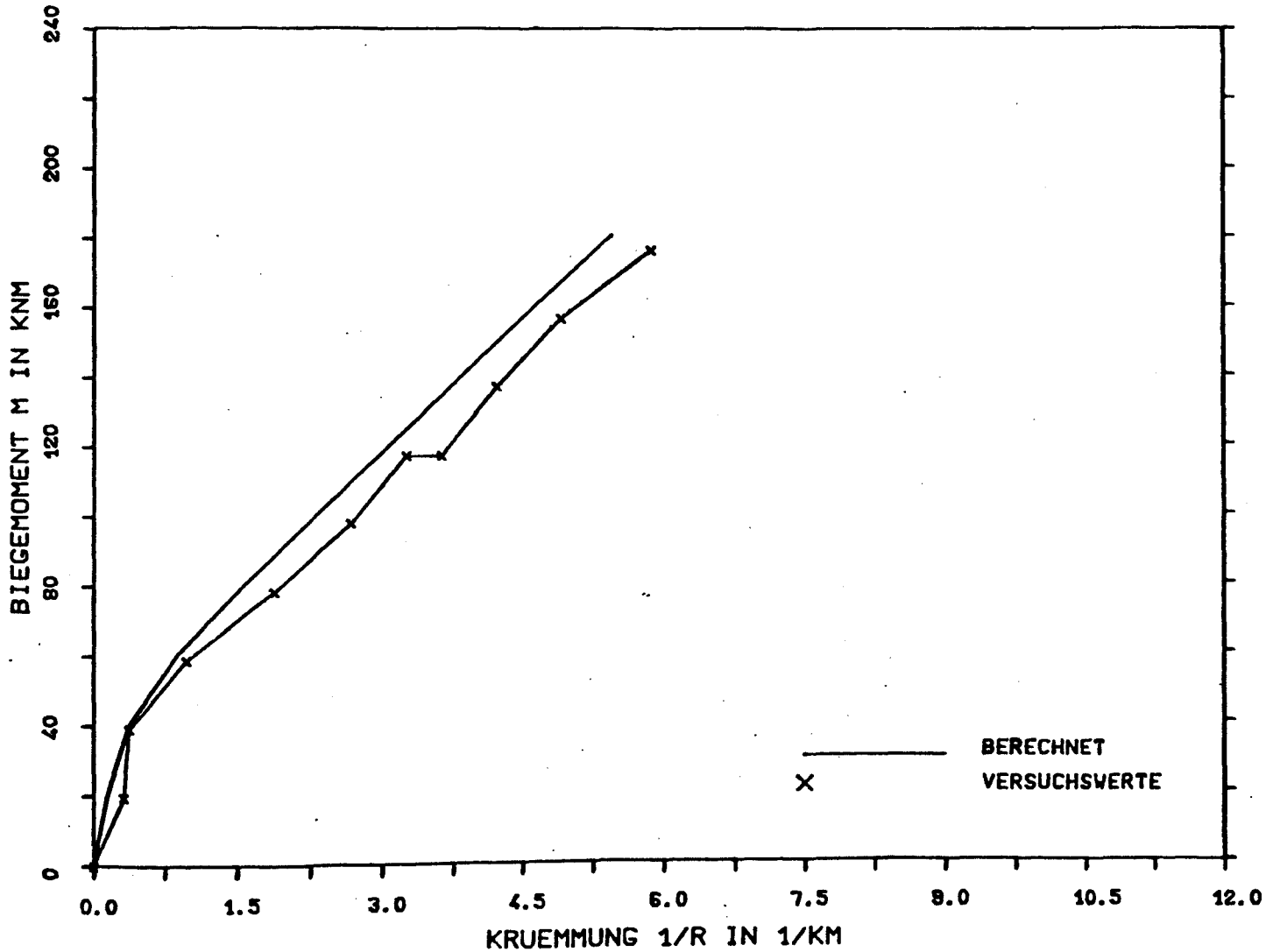


BILD 3.1.2 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
20.40	-2.0	-3.5	0.1	2.40	2.50	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH R67 (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /1/ RUESCH, H., UND G. REHM

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(A.S * \text{BETA}.S) / (A.B * \text{BETA}.R) = 0.20$

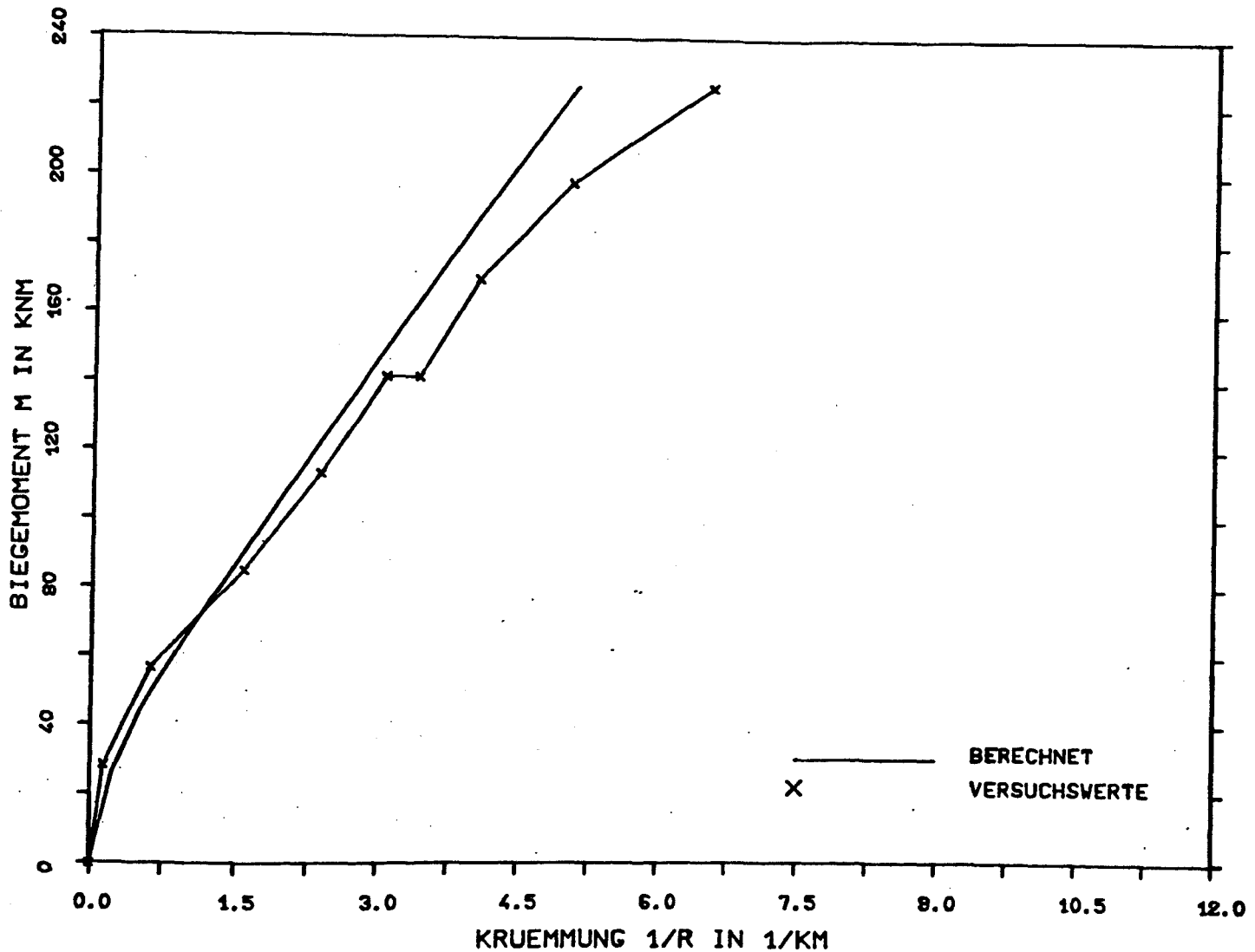


BILD 3.1.3 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

BETON					BEWEHRUNG			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
14.90	-2.0	-3.5	0.1	2.80	2.20	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH R65 (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /1/ RUESCH, H., UND G.REHM

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.15

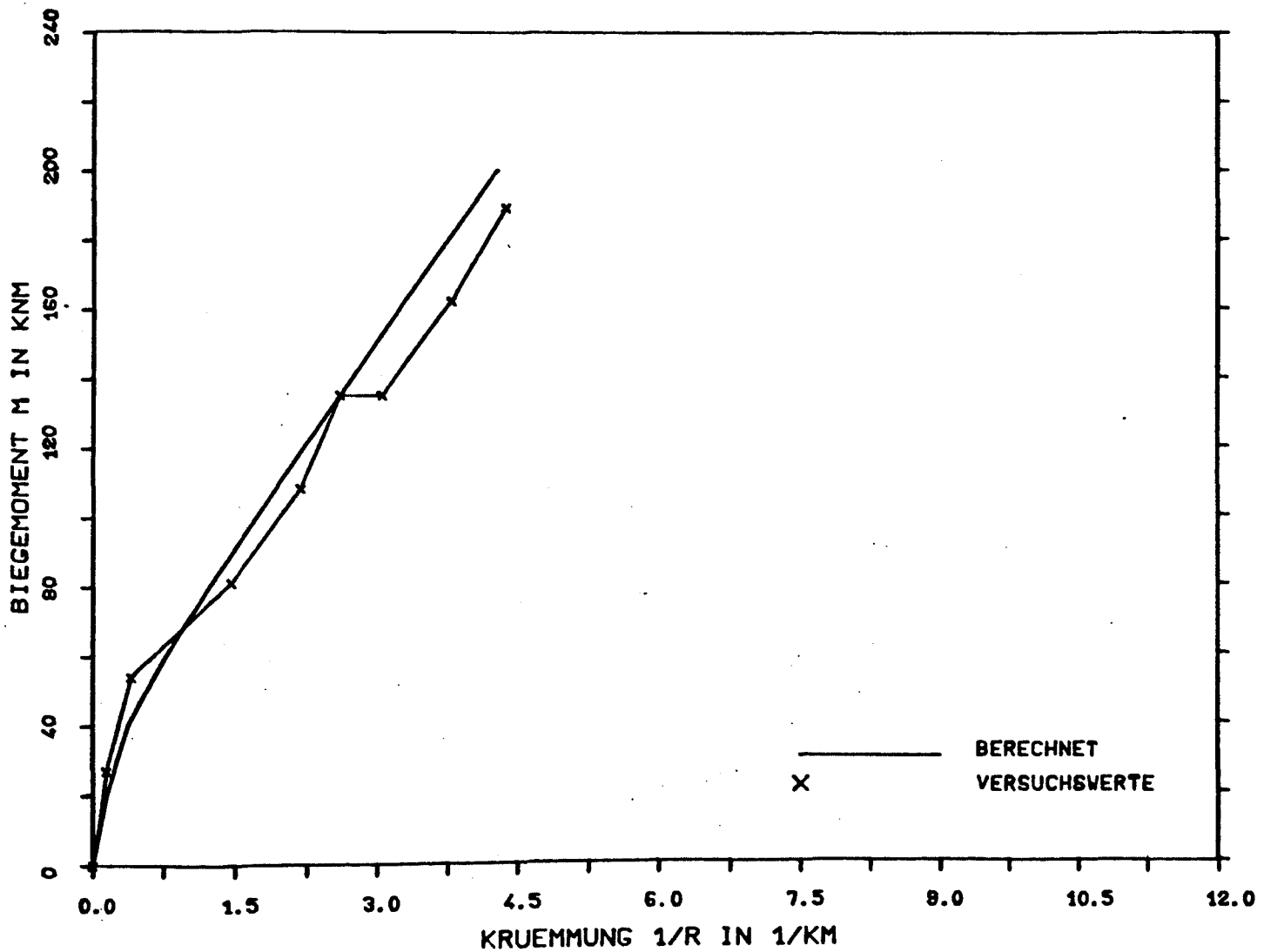


BILD 3.1.4 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
17.40	-2.0	-3.5	0.1	2.60	1.95	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH R17 (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /1/ RUESCH, H., UND G.REHM

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(A.S * \text{BETA}.S) / (A.B * \text{BETA}.R) = 0.21$

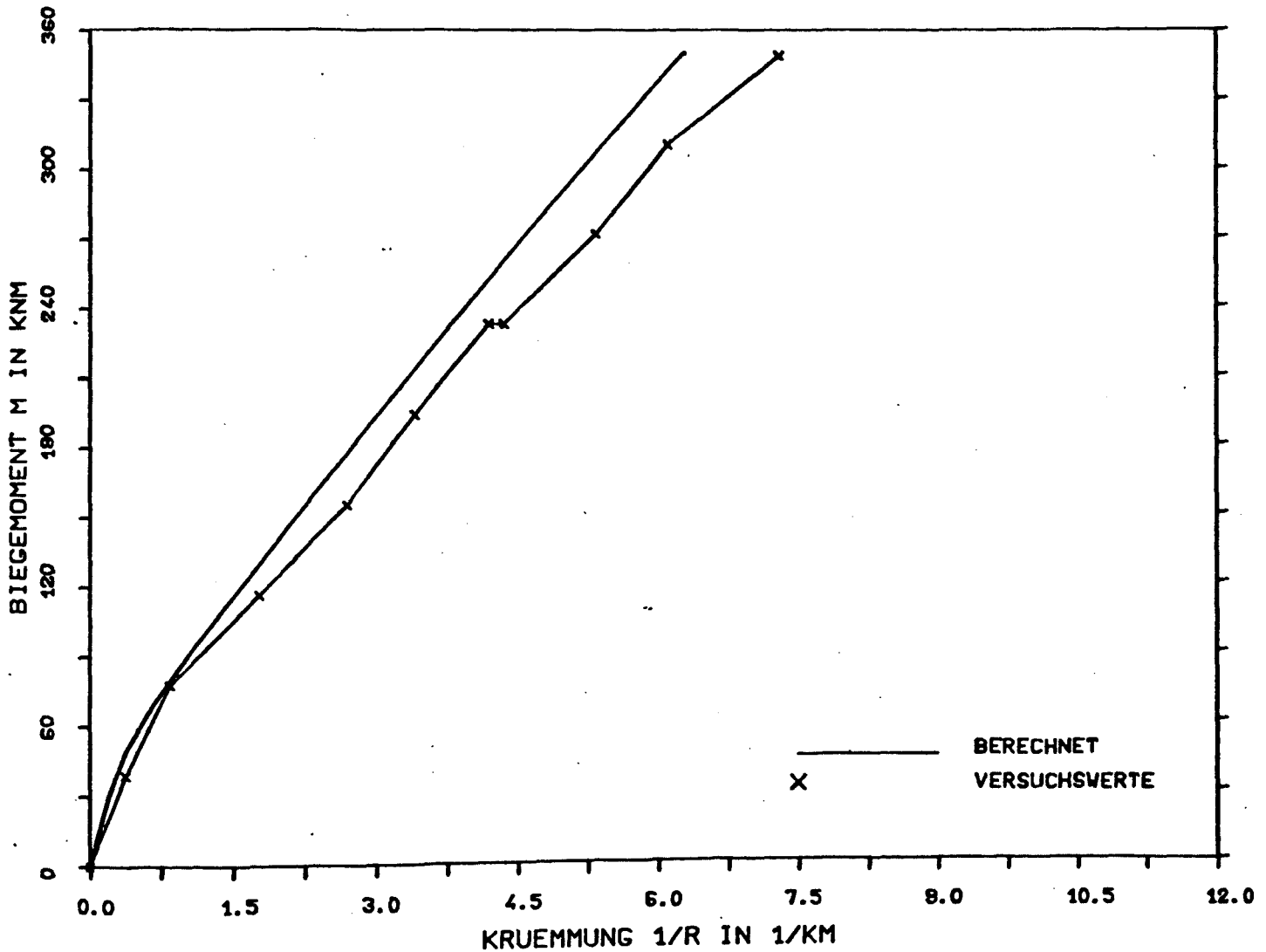


BILD 3.1.5 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
23.20	-2.0	-3.5	0.1	2.24	2.50	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

3.2 Versuche von Rüschi und Rehm /2/

Diese Versuche sind der zweite Teil der in Abschnitt 3.1 beschriebenen Versuche; die Versuchsbalken haben jedoch einheitlich einen Plattenbalkenquerschnitt mit den Stegabmessungen $b/d = 20/62,5$ cm und den Plattenabmessungen $b/d = 60/12,5$ cm. Für den Vergleich wurden hier nur die Versuchsbalken mit Betonrippenstahl ausgewählt. Tafel 3.2 enthält die wichtigsten Angaben zu den 7 nachgerechneten Versuchen. Die Gegenüberstellung der gerechneten und gemessenen Momentkrümmungswerte zeigen die Bilder 3.2.1 bis 3.2.7. Die in einigen Versuchen erkennbaren Unstetigkeiten sind wie in Abschnitt 3.1 beschrieben auf Entlastungen während des Versuchs zurückzuführen.

Lfd. Nr.	BEZEICHNUNG	β_w	E_b	h	BEWEHRUNG	β_s
		N/mm ²	kN/mm ²	cm		N/mm ²
1	T5	46.0	33.5	55.9	8Ø16	523
2	T10	15.3	19.5	55.9	8Ø16	523
3	T14	12.0	17.5	57.9	3Ø32	580
4	T16	19.0	21.8	56.6	1Ø32+4Ø16	527
5	T21	16.6	20.5	58.7	4Ø16	523
6	T27	17.3	21.0	55.7	8Ø16	467
7	T29	21.2	23.3	58.2	3Ø26	485

Tafel 3.2.1: Übersicht der wichtigsten Kennwerte für die nachgerechneten Versuche.

VERSUCH T5 (T-QUERSCHNITT)

AUS /2/ RUESCH, H., UND G.REHM

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.13

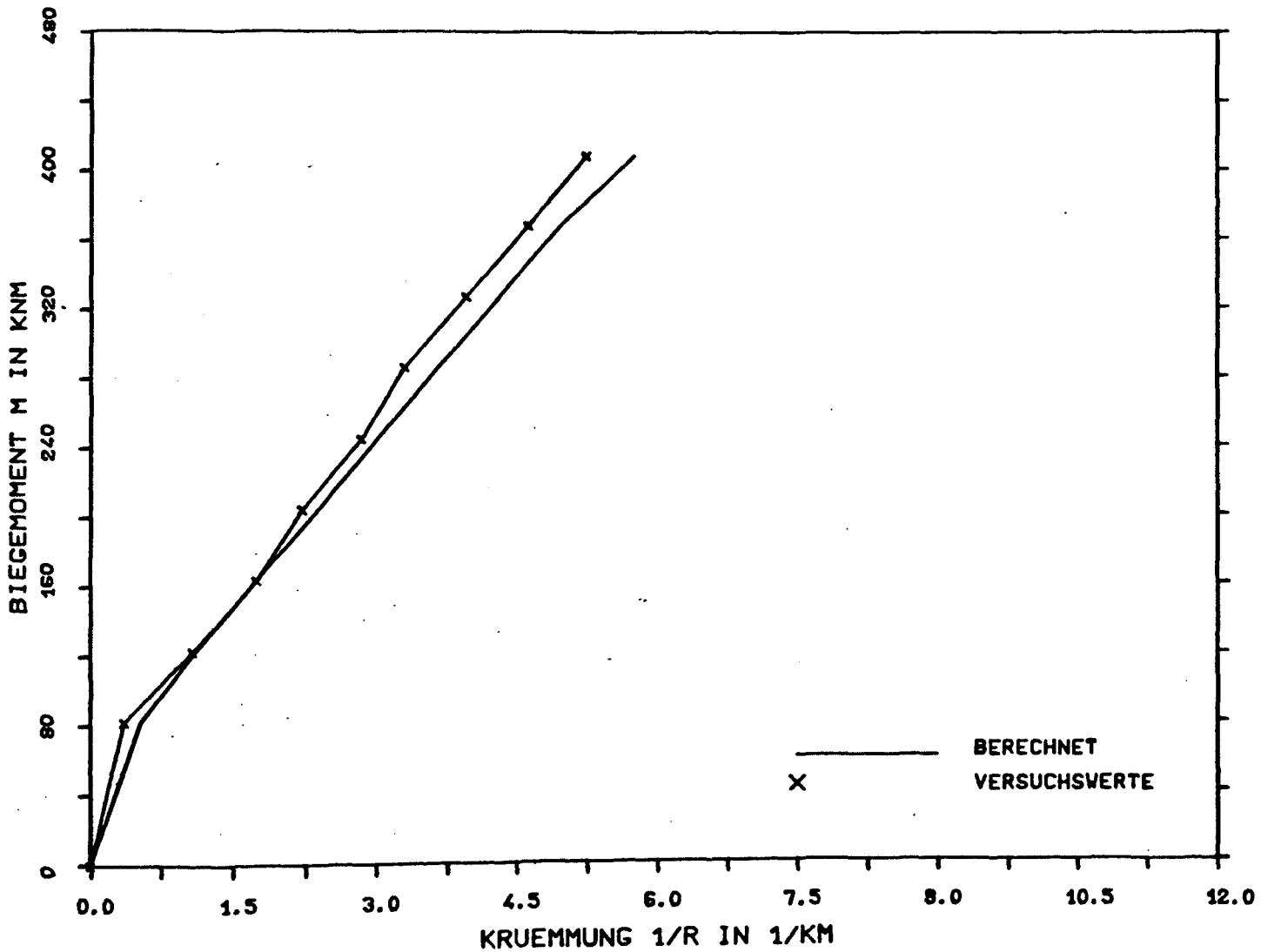


BILD 3.2.1 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
39.10	-2.0	-3.5	0.1	1.71	2.49	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH T10 (T-QUERSCHNITT)

AUS /2/ RUESCH, H., UND G.REHM

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.41

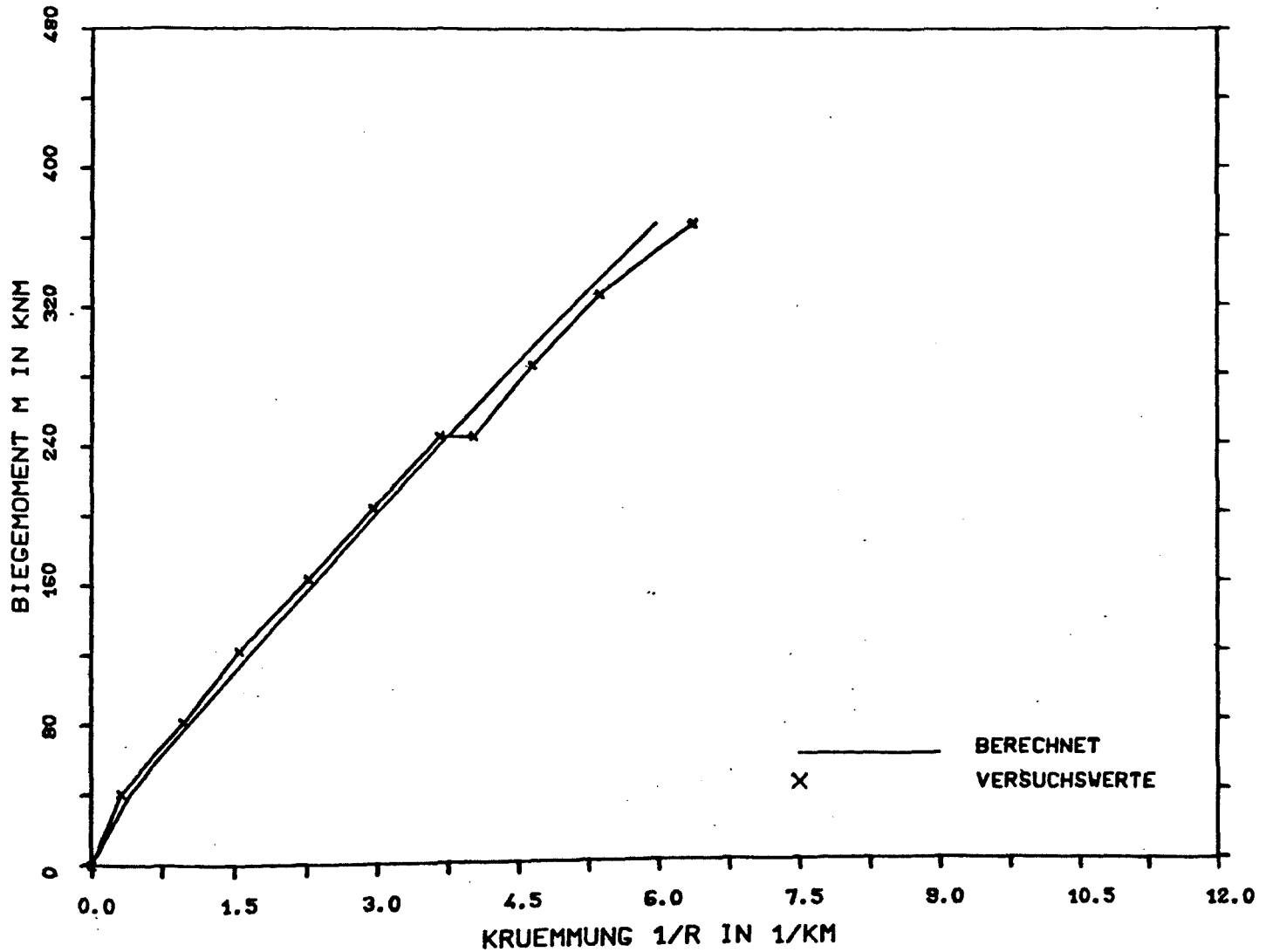


BILD 3.2.2 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
13.00	-2.0	-3.5	0.1	3.00	2.49	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH T14 (T-QUERSCHNITT)

AUS /2/ RUESCH, H., UND G.REHM

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.68

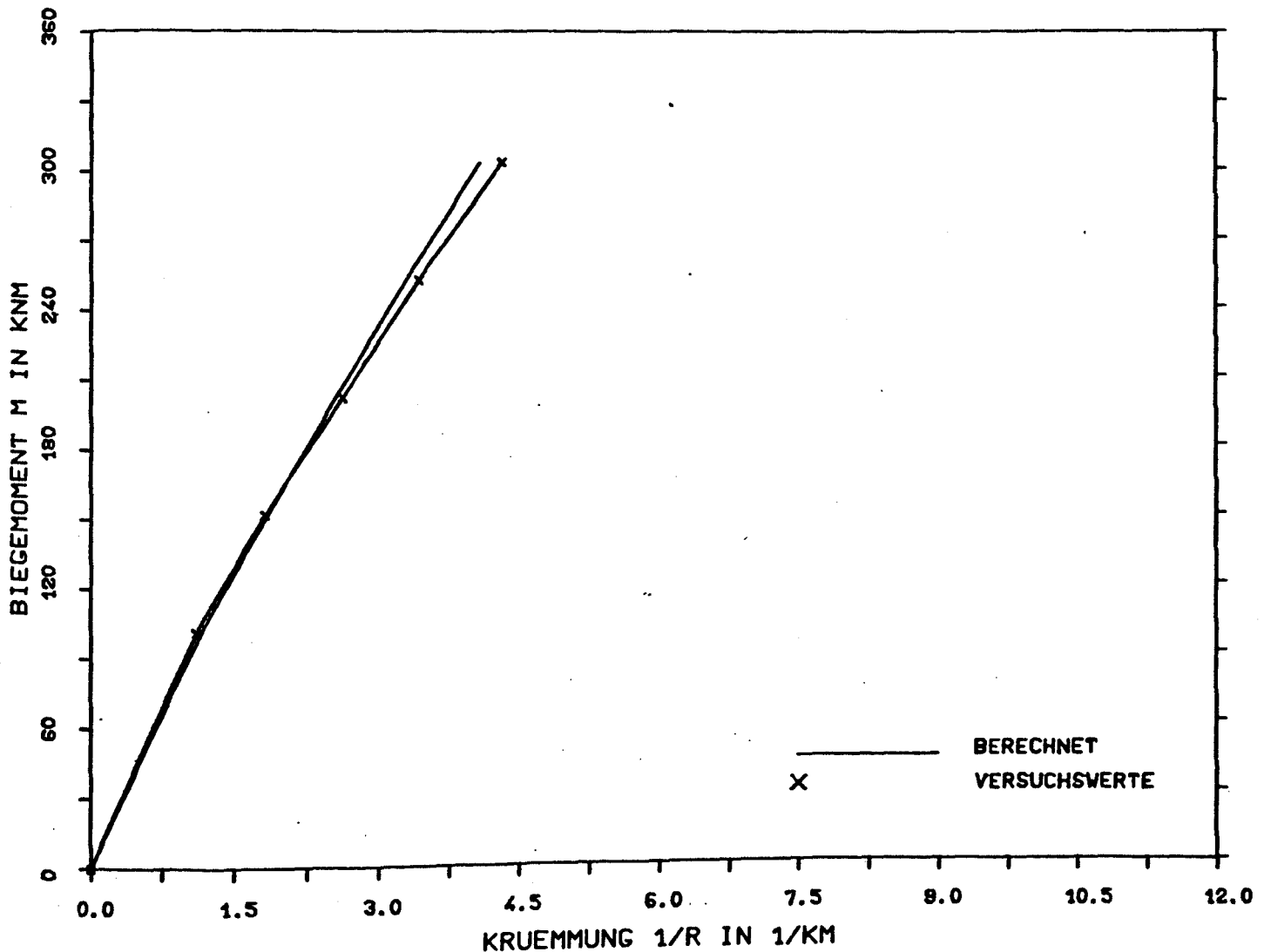


BILD 3.2.3 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
10.20	-2.0	-3.5	0.1	3.43	2.76	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH T16 (T-QUERSCHNITT)

AUS /2/ RUESCH, H., UND G.REHM

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.33

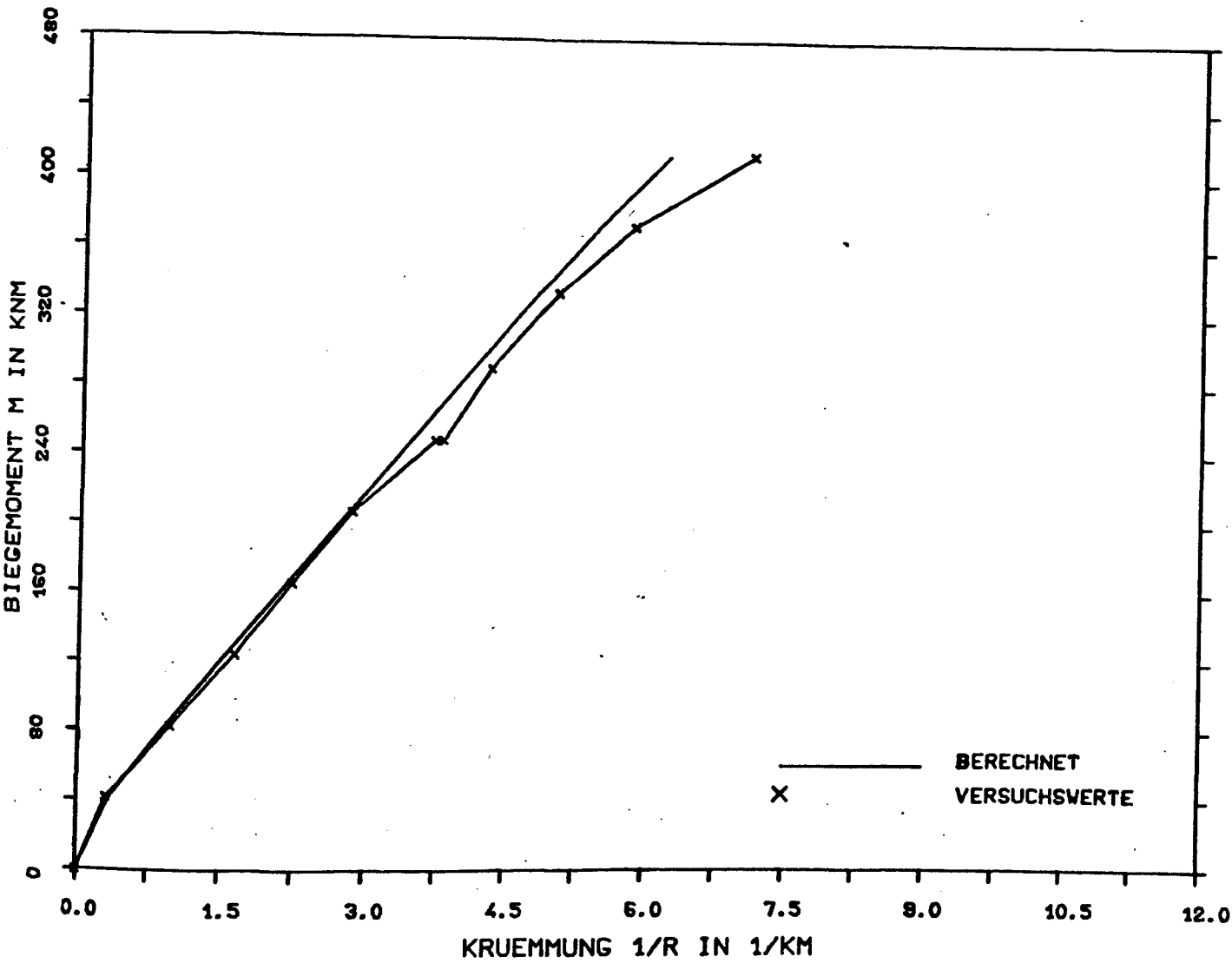


BILD 3.2.4 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
16.15	-2.0	-3.5	0.1	2.69	2.51	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH T21 (T-QUERSCHNITT)

AUS /2/ RUESCH, H., UND G.REHM

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.20

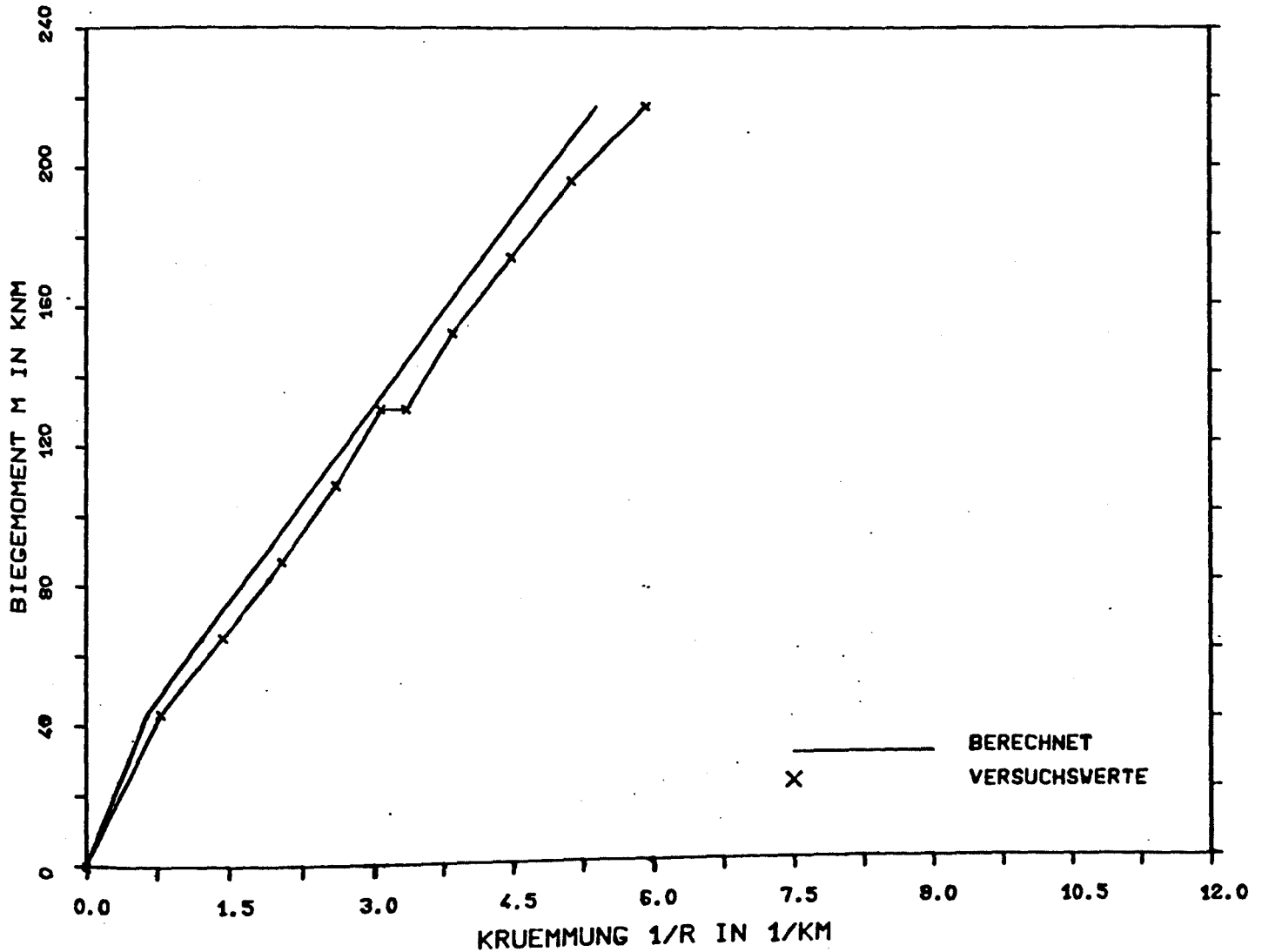


BILD 3.2.5 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
14.11	-2.0	-3.5	0.1	2.90	2.49	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH T27 (T-QUERSCHNITT)

AUS /2/ RUESCH, H., UND G.REHM

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.32

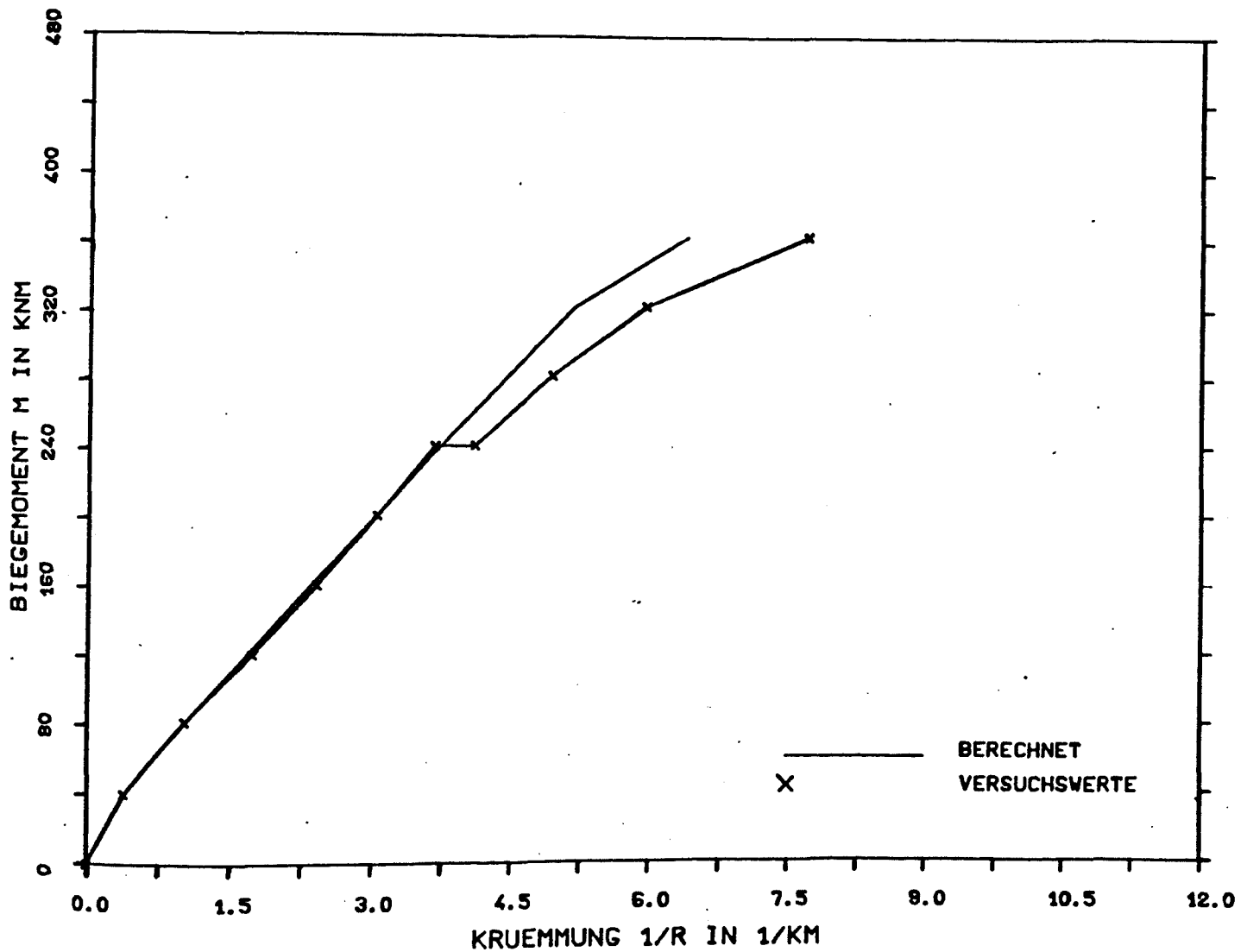


BILD 3.2.6 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
14.70	-2.0	-3.5	0.1	2.86	2.22	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH T29 (T-QUERSCHNITT)

AUS /2/ RUESCH, H., UND G.REHM

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.27

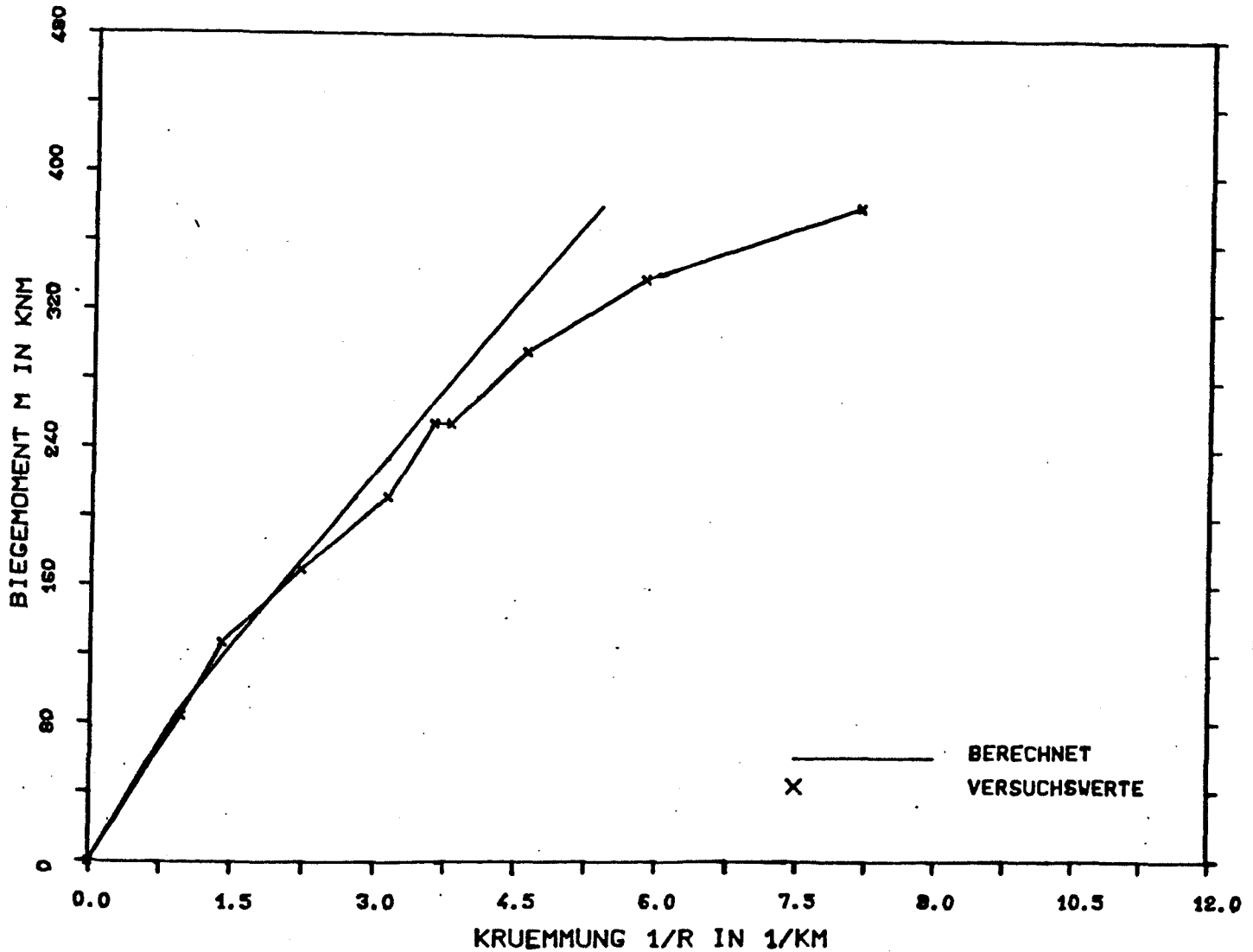


BILD 3.2.7 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
18.02	-2.0	-3.5	0.1	2.58	2.31	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

3.3 Versuche von Weigler, Karl und Lieser /3/

In diesen Versuchen wurde das Tragverhalten von Stahlleichtbetonbalken untersucht. Zum Vergleich wurde ein Balken mit Normalbeton untersucht. Die Balken hatten Rechteckquerschnitt mit den Abmessungen $b/d = 20/40$ cm, eine Gesamtlänge von 4,30 m und eine Stützweite von 4,00 m. Die Belastungen erfolgten durch zwei Einzellasten in den Viertelpunkten. Die hier nachgerechneten Momentkrümmungswerte wurden aus Bild 13 in /3/ abgelesen. Die maßgebenden Kennwerte des hier nachgerechneten Versuchsbalkens mit Normalbeton sind in Tafel 3.3 zusammengestellt und die Momentkrümmungswerte sind aus Bild 3.3 zu ersehen.

Lfd. Nr.	BEZEICHNUNG	β_w	E_b	h	BEWEHRUNG	β_s
		N/mm ²	kN/mm ²	cm		N/mm ²
1	-	25.3	25.0	36.5	4Ø18	420

Tafel 3.3.1: Übersicht der wichtigsten Kennwerte für die nachgerechneten Versuche

VERSUCH N (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /3/ WEIGLER, H., UND S.KARL

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.25

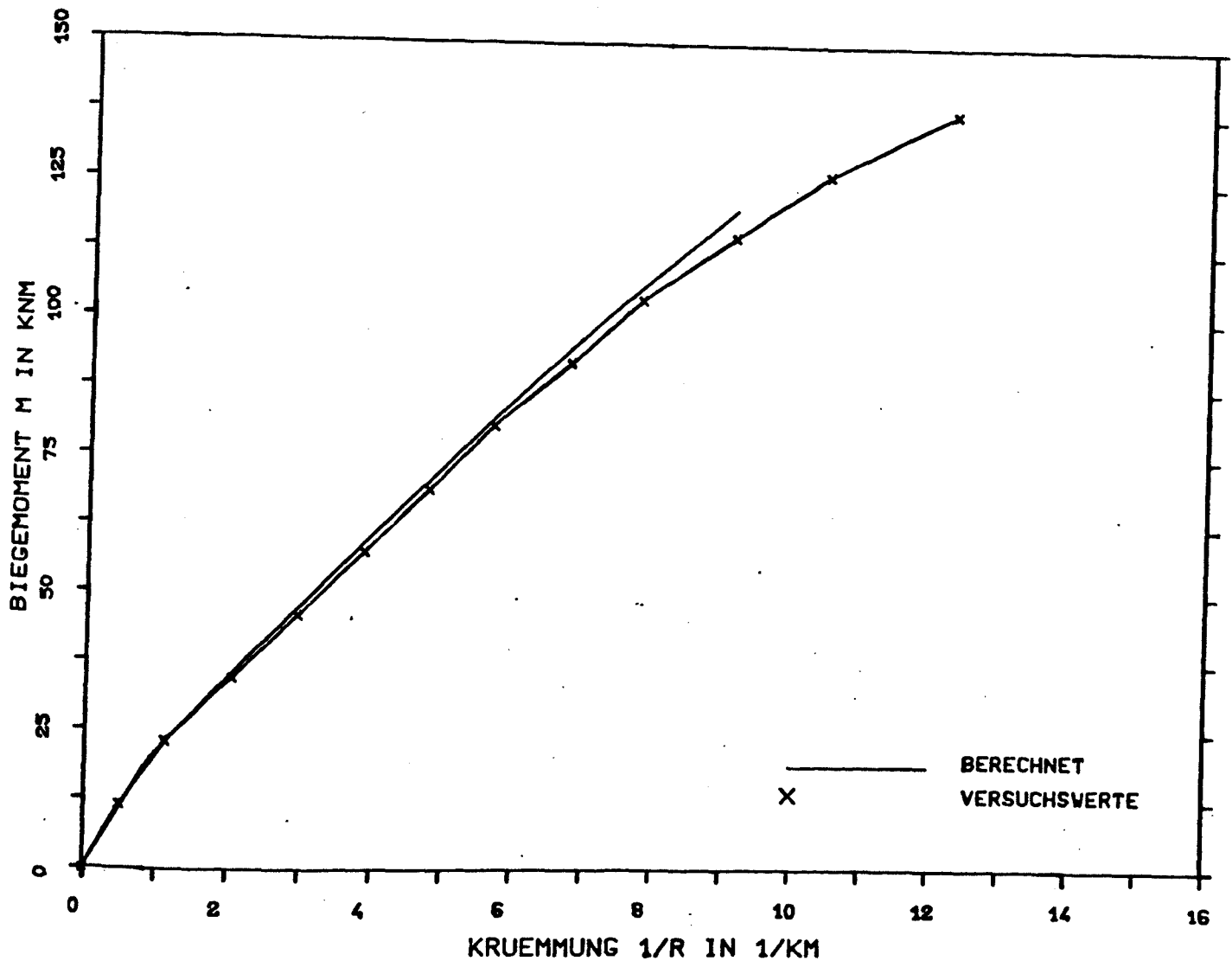


BILD 3.3.1 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
21.50	-2.0	-3.5	0.1	2.33	2.00	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

3.4 Versuche von Caflisch und Thürlimann /4/

Die Versuche galten dem Tragverhalten von Spannbetonträgern mit unterschiedlichen Vorspanngraden. Die Versuchserie A umfaßte 7 Versuche A0 bis A6, von denen 5 typische Spannbetonquerschnitte in I-Form hatten und 2 Versuchsbalken hatten einen Rechteckquerschnitt. Serie B umfaßte 7 Versuche B0 bis B6 mit unterschiedlichen T- oder I-Querschnitten. Die aus /4/ von Seite 40 übernommene Tafel 3.4.1 enthält die wichtigsten Versuchskennwerte. Alle Versuchsbalken hatten die gleiche Bewehrung in der Druckzone, deren Festigkeit β_s bei Erreichen der Streckgrenze für die verschiedenen Stabdurchmesser 395 und 416 N/mm² betrug.

Alle Balken hatten einheitlich eine Spannweite von 6,00 m. Die hier nachgerechneten Momentkrümmungswerte wurden durch Belastungen mit Einzellasten 2,30 m neben den Auflagern ermittelt. Die Veränderung der Belastung in einigen Versuchen nach Erreichen der Fließlast spielt für die hier vorgenommene Nachrechnung keine Rolle, weil hier für diese Versuche nur die Momentkrümmungswerte bis zum Erreichen der Fließlast nachgerechnet werden.

Die endgültige Vorspannung der Balken und das Auspressen der Spannglieder erfolgte nach 6 Tagen. Die Balken waren bei Versuchsdurchführung ungefähr 30 Tage alt. Die bis dahin eingetretenen Spannungsverluste infolge Kriechen und Schwinden wurden unmittelbar durch Messung der Dehnung am Spannstahl ermittelt. Die Nachrechnung dieser Versuche verwendet die Vordehnung wie sie bei Versuchsdurchführung im Spannstahl vorhanden war. Zur Berücksichtigung des Schwindens der vergleichsweise dünnen Querschnitte wird für die Nachrechnung auch eine Vorstauchung der schlaffen Bewehrung angesetzt, sie entspricht dem Vordehnungsverlust der Spannbewehrung. Da keine genaueren Werte zur Verfügung stehen, wird hierfür ein Näherungswert angesetzt. Die wichtigsten Versuchskennwerte sind ergänzend zu Tafel 3.4.1 in Tafel 3.4.2 zusammengestellt.

Versuchsbalken Serie A

Bezeichnung	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆
Querschnitt Armierungs- anordnung							
Vorspanngrad	0	0,25	0,50	0,75	1,00	0,25	0,75
Vorspannarm.	-	5 Ø 6	10 Ø 6	15 Ø 6	20 Ø 6	5 Ø 6	15 Ø 6
schlaaffe Arm.	8 Ø 20	6 Ø 20	4 Ø 20	2 Ø 20	2 Ø 7	6 Ø 20	2 Ø 20
Stegstärke cm	10					58	
Plattenbreite	58					58	
Plattenstärke cm	8					-	
Höhe cm	55						

Versuchsbalken Serie B

Bezeichnung	B ₀	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆
Querschnitt Armierungs- anordnung							
Vorspanngrad	1,00	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
Vorspannarm.	20 Ø 6	10 Ø 6	10 Ø 6	10 Ø 6	10 Ø 6	10 Ø 6	10 Ø 6
schlaaffe Arm.	2 Ø 8	2 Ø 28	8 Ø 14	2 Ø 28	2 Ø 28	2 Ø 28	2 Ø 28
Stegstärke cm	10	10	10	8	14	10	10
Plattenbreite	58	58	58	56	62	58	58
Plattenstärke	8	8	8/15	8	8	15/22	15
Höhe cm	55						

Tafel 3.4.1: Übersicht der wichtigsten Kennwerte für die nachgerechneten Versuche (Ergänzung in Tafel 3.4.2), aus /4/ übernommen.

Lfd. Nr.	BEZEICHNUNG	β_w	E_b	h	β_{ss}	β_{vs}
		N/mm ²	kN/mm ²	cm	N/mm ²	N/mm ²
1	A0	34.0	31.0	50.3	387	-
2	A1	37.0	37.5	50.5	365	1527
3	A2	42.0	36.0	51.3	349	1527
4	A3	36.5	35.0	50.5	370	1535
5	A4	43.5	36.5	49.2	362	1535
6	A5	37.5	33.0	51.7	378	1535
7	A6	48.0	33.5	50.5	372	1535
8	B0	39.0	34.0	49.9	416	1595
9	B1	36.0	33.0	51.2	343	1595
10	B2	33.0	29.5	50.6	416	1595
11	B3	41.0	33.5	51.4	343	1595
12	B4	32.0	30.5	50.7	343	1595
13	B5	39.0	32.0	50.5	343	1595
14	B6	29.0	30.0	50.5	343	1595

Tafel 3.4.2: Übersicht der wichtigsten Kennwerte für die nachgerechneten Versuche.

Die Momentkrümmungswerte sind aus den Bildern 3.4.1 bis 3.4.14 zu ersehen, wobei die Momentkrümmungswerte der Versuche aus den entsprechenden Bildern aus /4/ übernommen wurden.

Nach Erreichen der Rißlast wurden die Versuchsbalken mehrmals entlastet. Hiermit sind gewisse Unstetigkeiten im Verlauf der gemessenen Momentkrümmungswerte zu erklären.

VERSUCH A0, (DOPPEL-T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.35

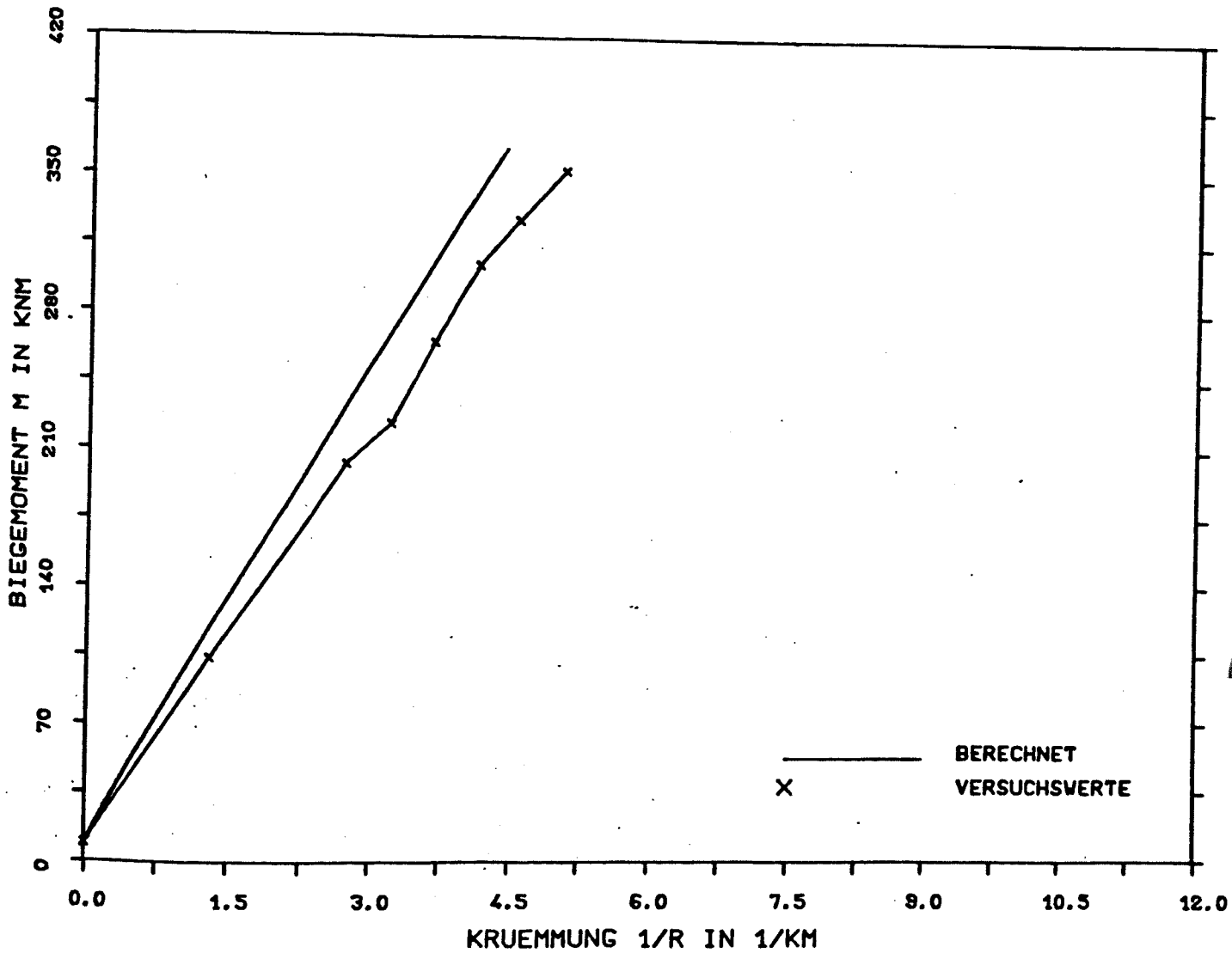


BILD 3.4.1 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
28.90	-2.0	-3.5	0.1	2.15	1.84	5.0	-0.10	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH A1, (DOPPEL-T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(A.S * \text{BETA}.S) / (A.B * \text{BETA}.R) = 0.30$

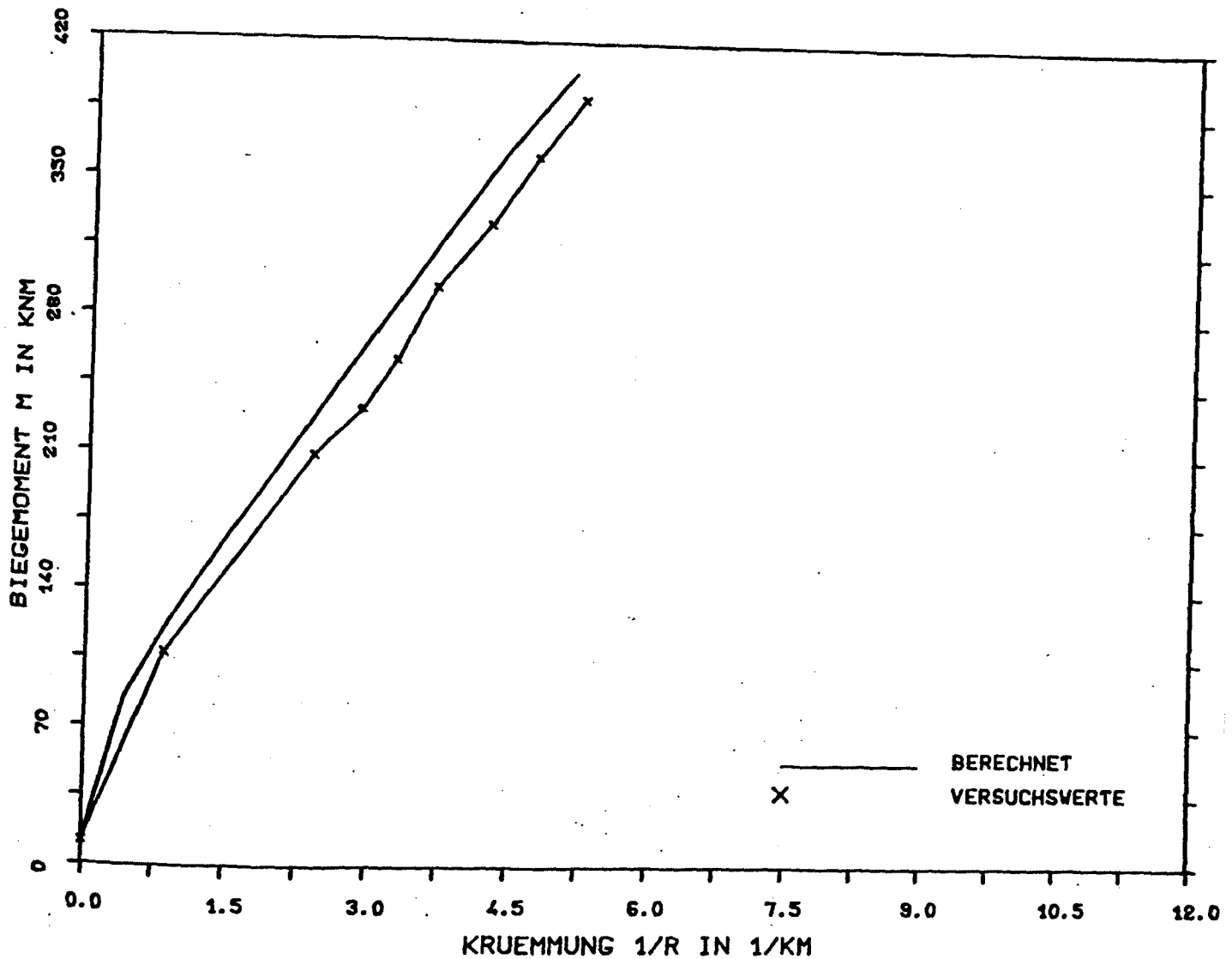


BILD 3.4.2 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
31.50	-2.0	-3.5	0.1	2.38	1.74	5.0	-0.07	SCHLAFF
					7.34	5.0	5.34	VORGESpanNT

VERSUCH A2, (DOPPEL-T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.26

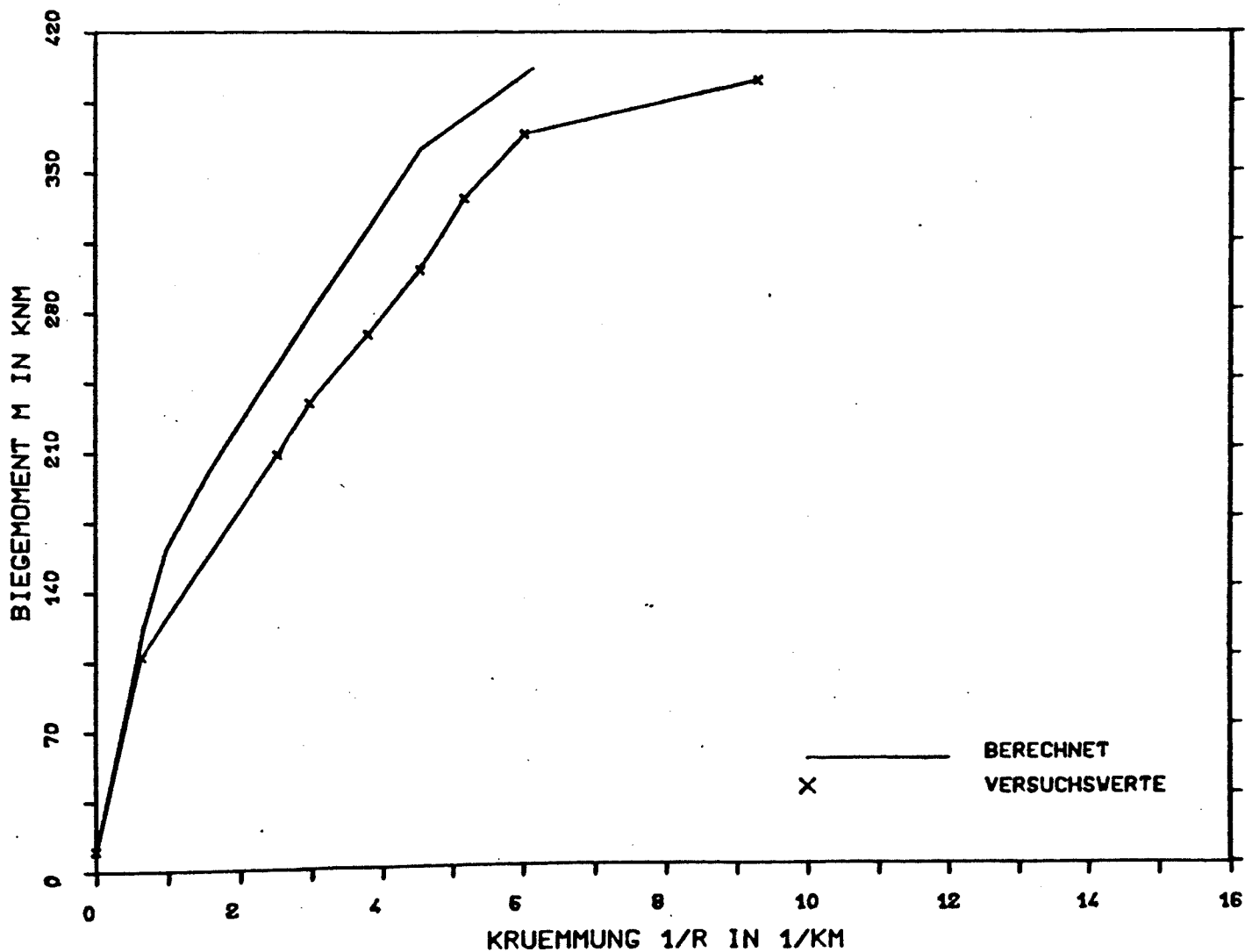


BILD 3.4.3 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
35.70	-2.0	-3.5	0.1	2.02	1.66	5.0	-0.12	SCHLAFF
					7.34	5.0	5.25	VORGESpanNT

VERSUCH A3, (DOPPEL-T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.30

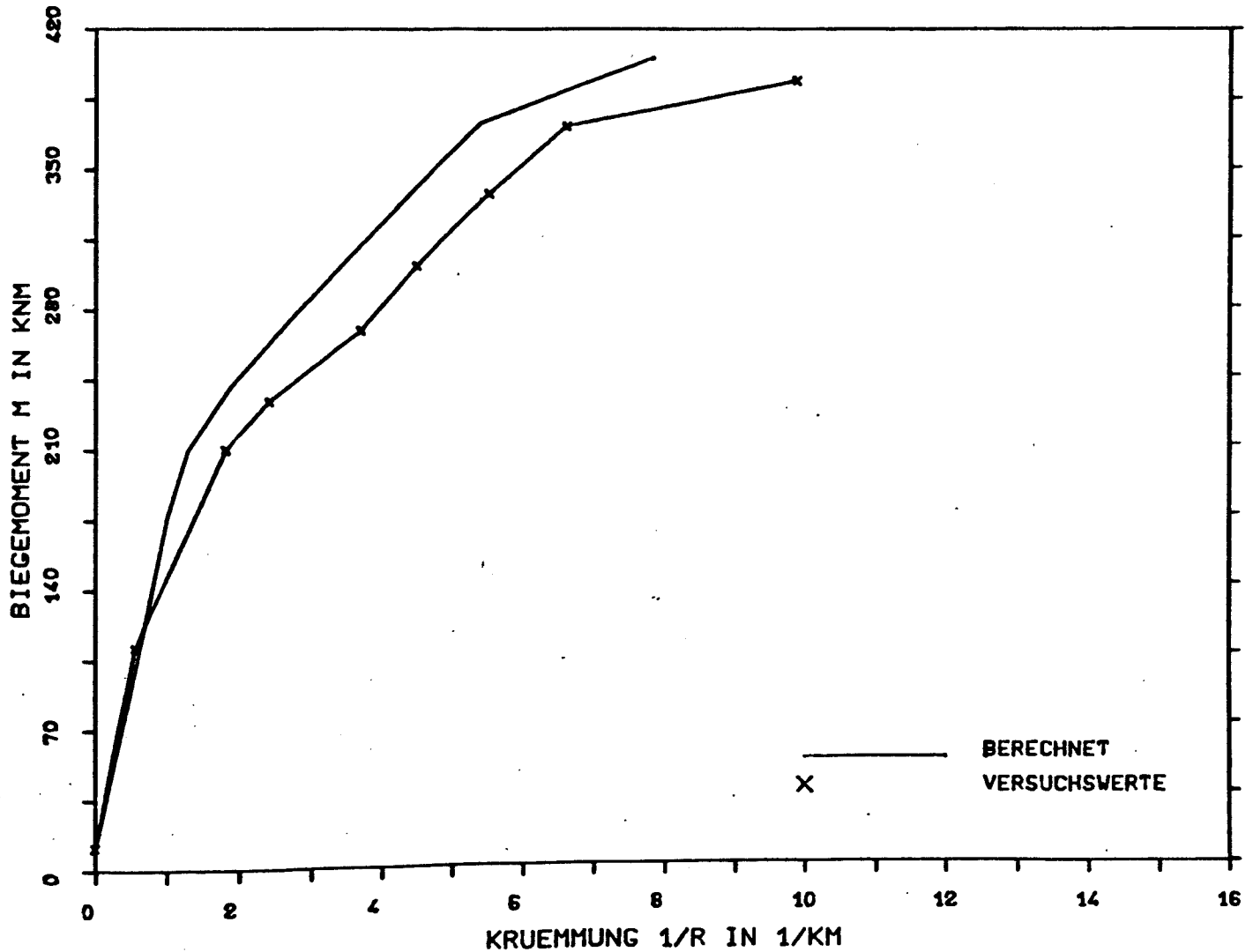


BILD 3.4.4 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
31.00	-2.0	-3.5	0.1	2.27	1.76	5.0	-0.20	SCHLAFF
					7.34	5.0	5.12	VORGESpanNT

VERSUCH A4, (DOPPEL-T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(\lambda.S * \text{BETA}.S) / (\lambda.B * \text{BETA}.R) = 0.26$

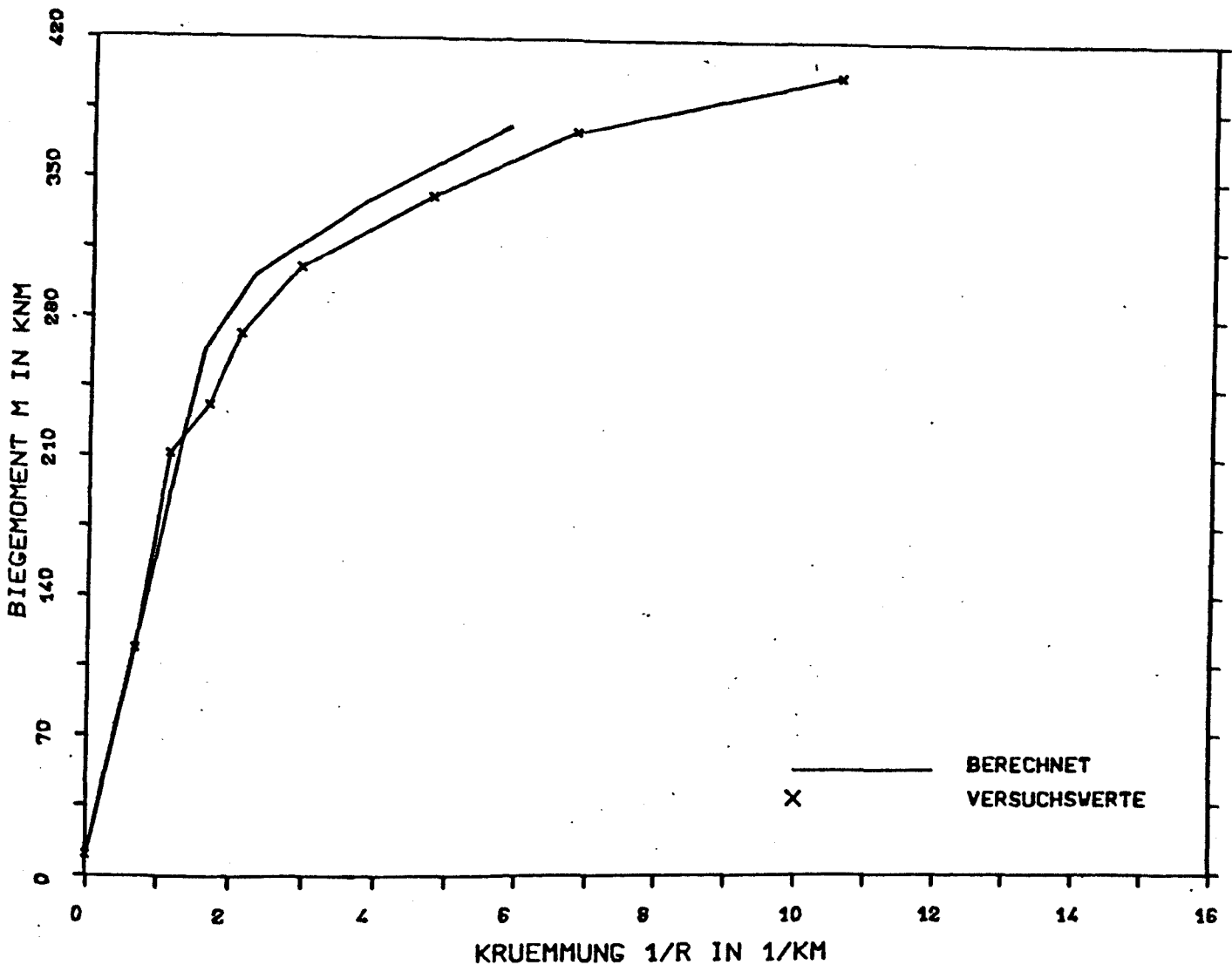


BILD 3.4.5 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
37.00	-2.0	-3.5	0.1	1.97	1.72	5.0	-0.27	SCHLAFF
					7.34	5.0	4.98	VORGESpanNT

VERSUCH A5, (RECHTECK-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.11

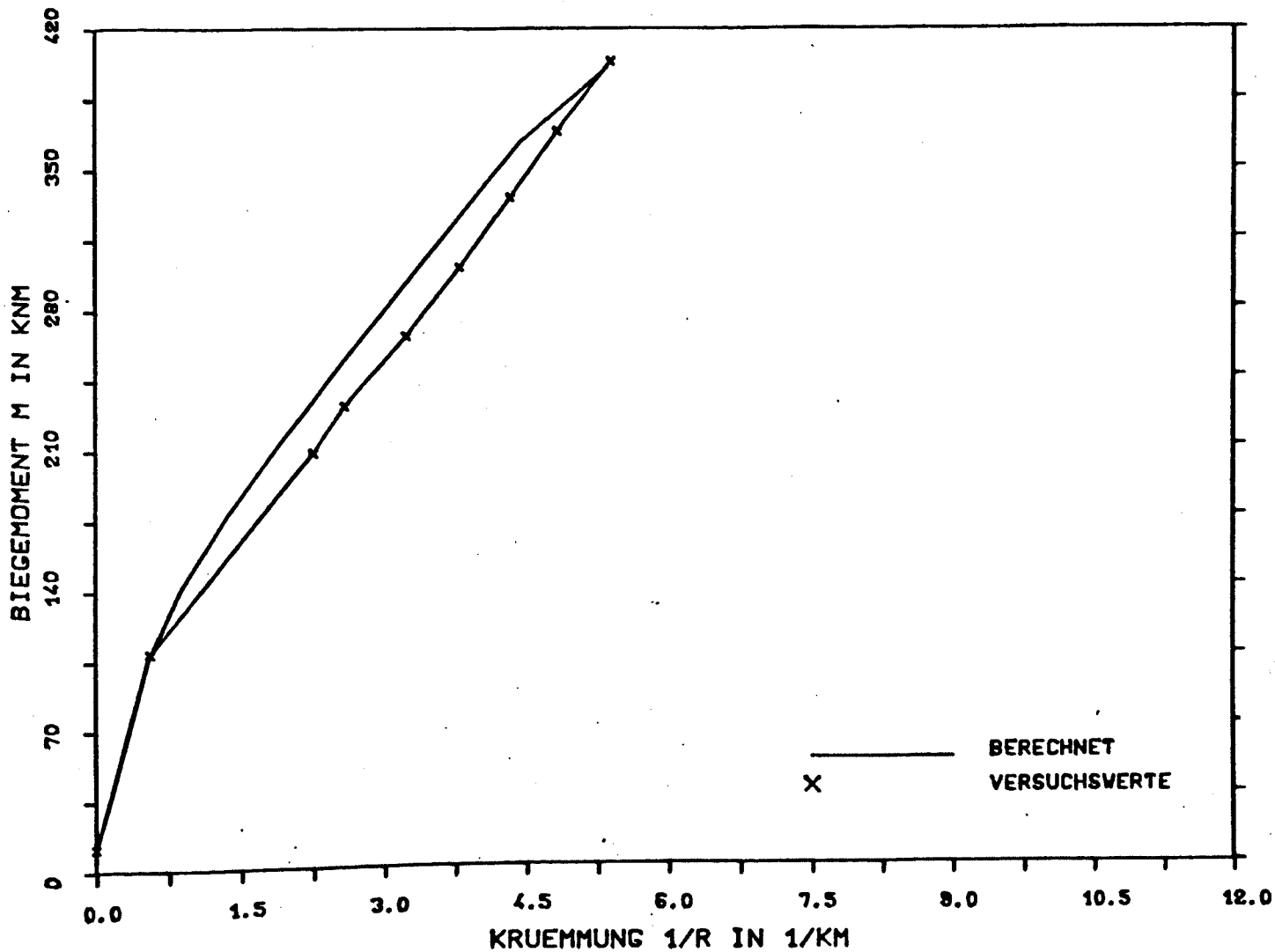


BILD 3.4.6 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
31.90	-2.0	-3.5	0.1	2.07	1.80	5.0	-0.06	SCHLAFF
					7.31	5.0	5.31	VORGESpanNT

VERSUCH A6, (RECHTECK-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.08

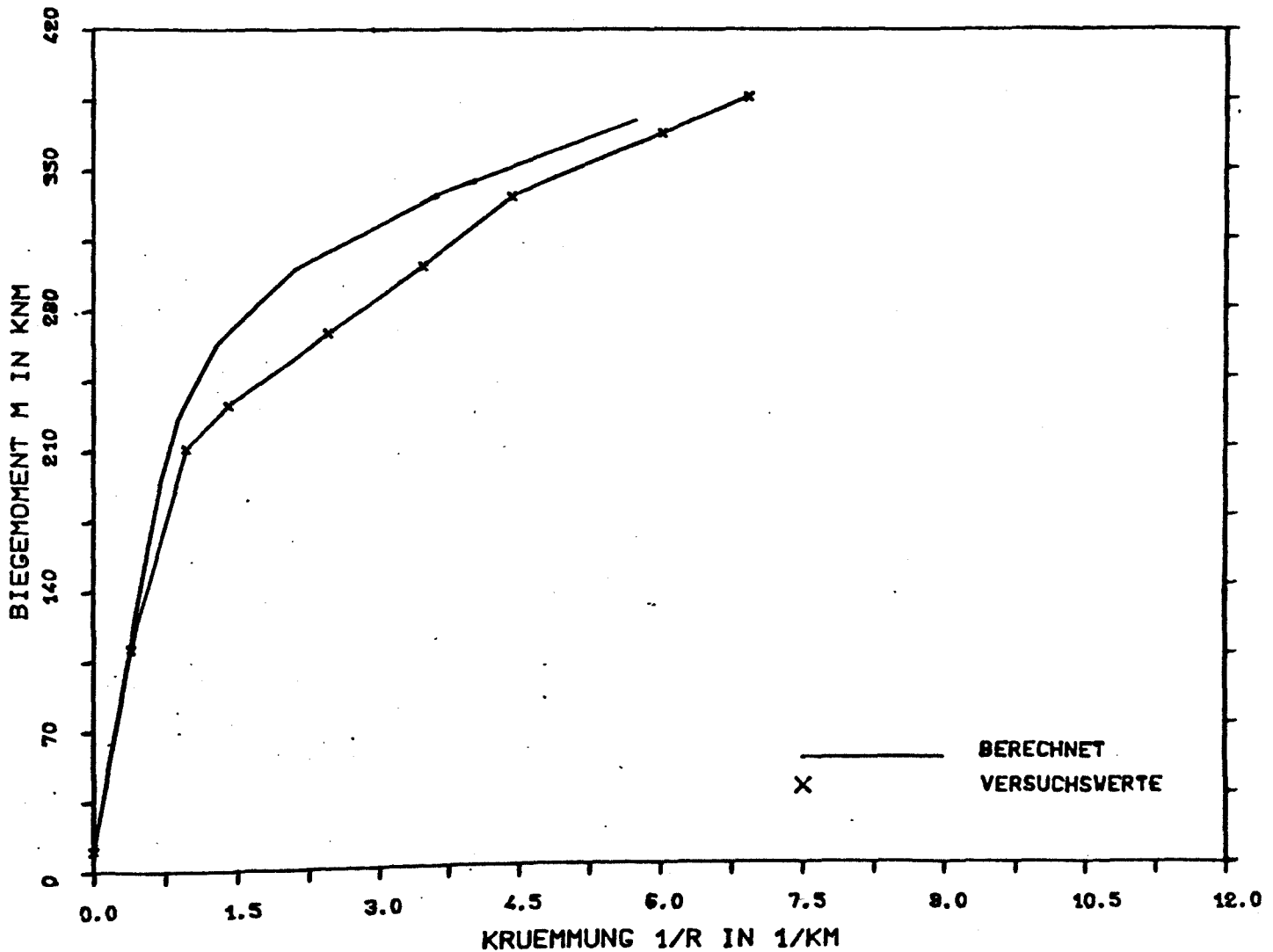


BILD 3.4.7 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
40.80	-2.0	-3.5	0.1	1.64	1.77	5.0	-0.13	SCHLAFF
					7.34	5.0	5.20	VORGESpanNT

VERSUCH B0, (DOPPEL-T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(A.S * \text{BETA}.S) / (A.B * \text{BETA}.R) = 0.30$

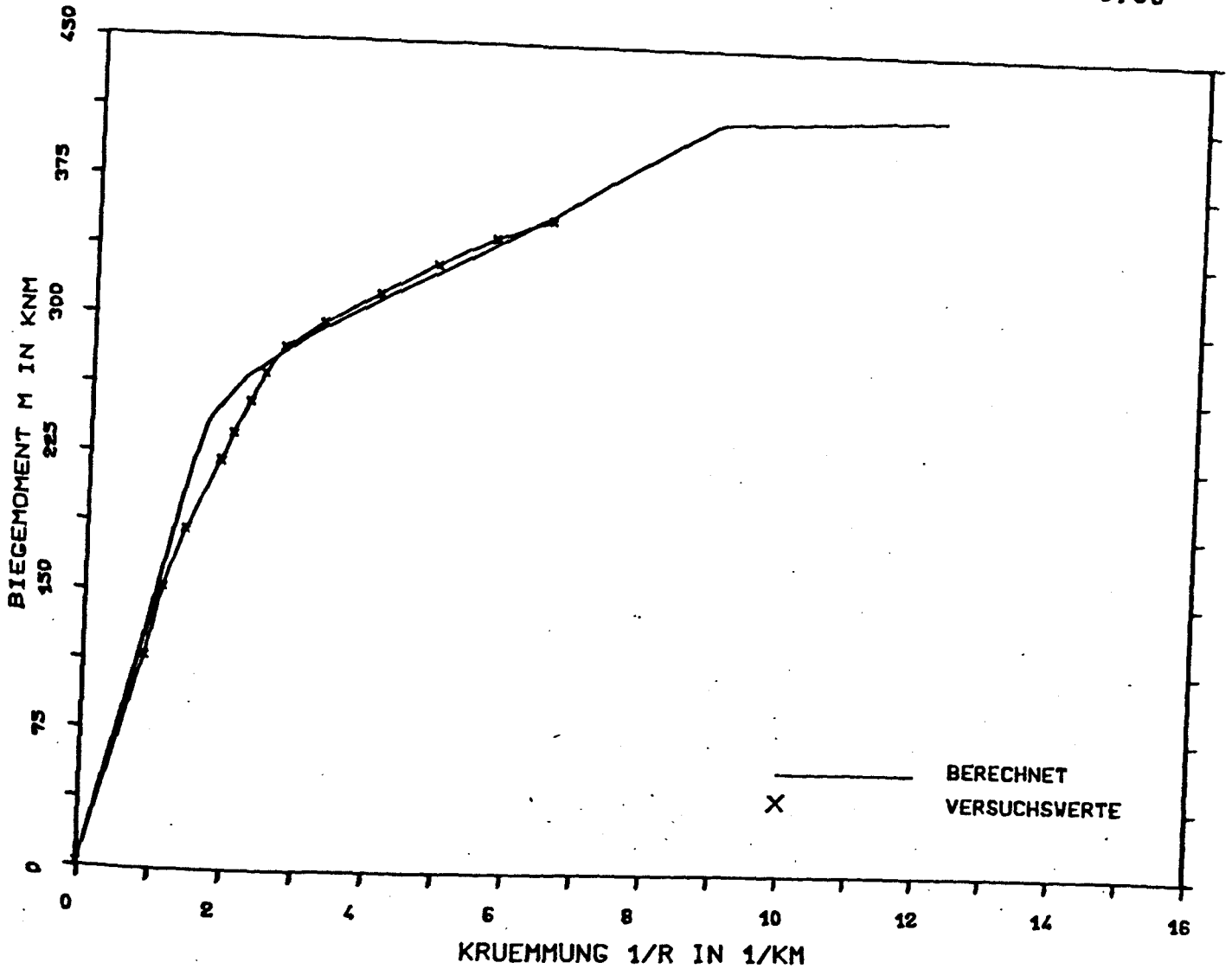


BILD 3.4.8 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUemmUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT η	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
31.10	-2.0	-3.5	0.1	2.05	1.98	5.0	-0.32	SCHLAFF
					7.78	5.0	4.80	VORGESpanNT

VERSUCH B1, (DOPPEL-T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0,30

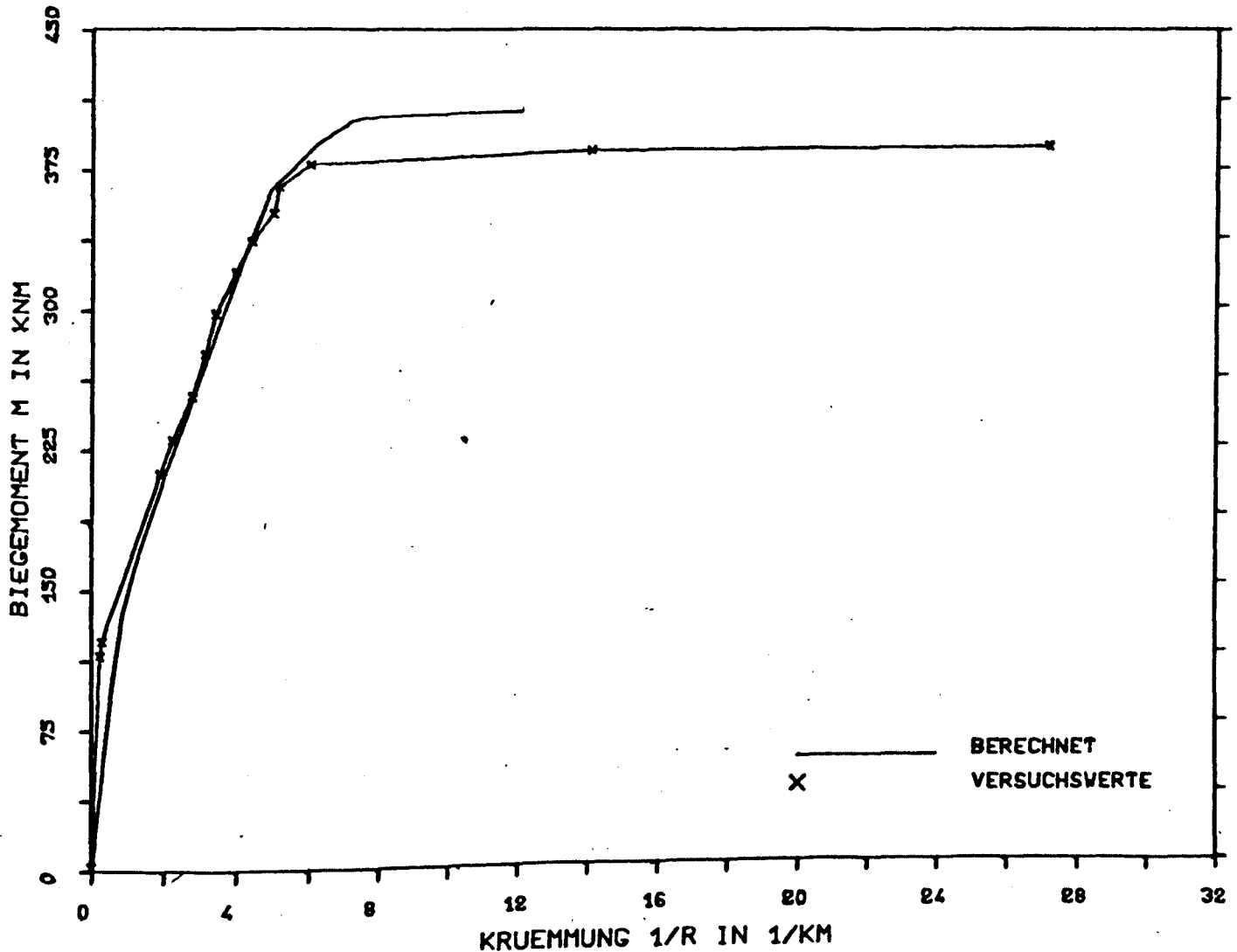


BILD 3.4.9 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
30.60	-2.0	-3.5	0.1	2.16	1.63	5.0	-0.15	SCHLAFF
					7.78	5.0	5.13	VORGESpanNT

VERSUCH B2, (DOPPEL-T-QUERSCHNITT

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(A.S \cdot \text{BETA}.S) / (A.B \cdot \text{BETA}.R) = 0.31$

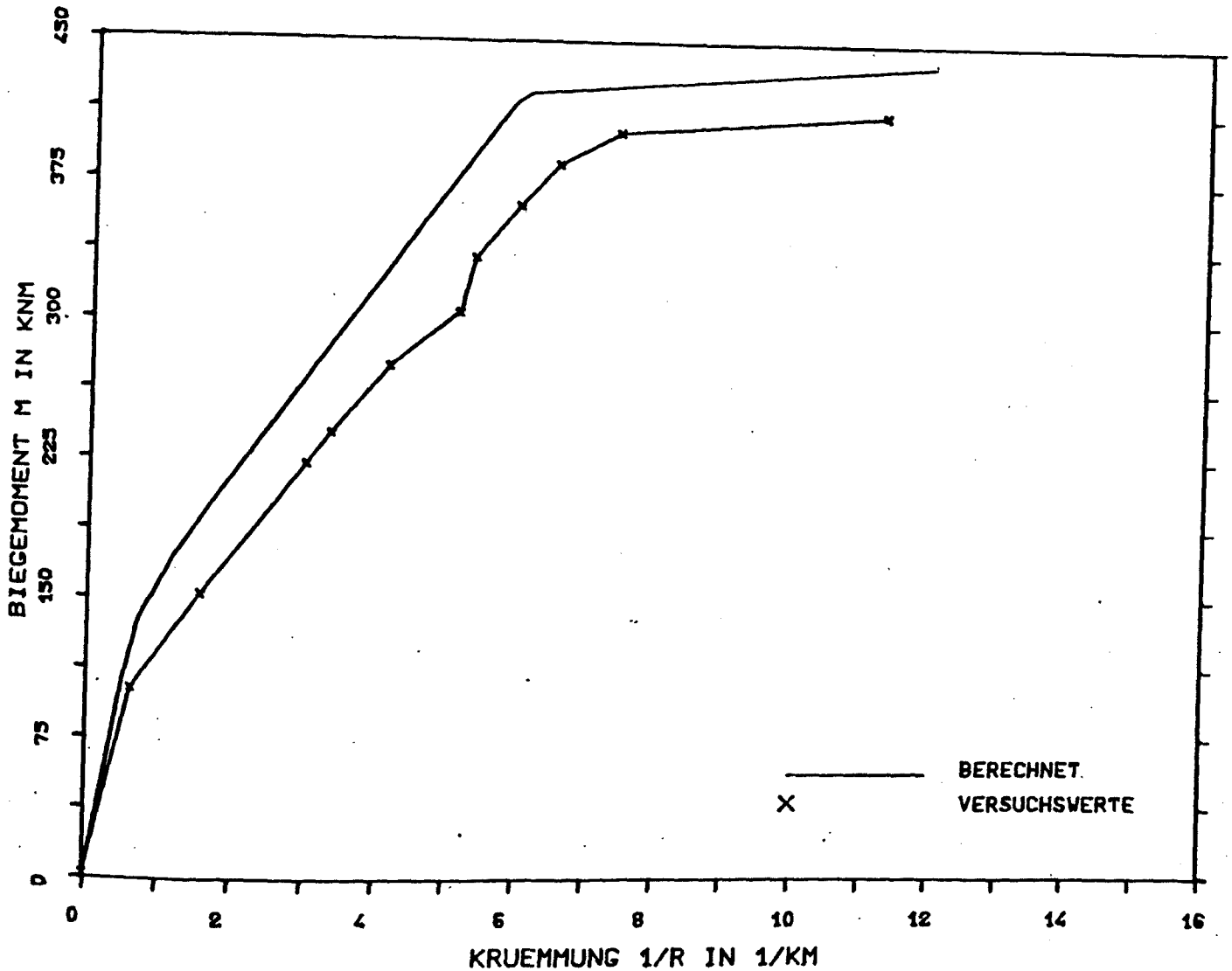


BILD 3.4.10; VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
28.00	-2.0	-3.5	0.1	2.82	1.98	5.0	-0.12	SCHLAFF
					7.33	5.0	5.24	VORGESpanNT

VERSUCH B3, (DOPPEL-T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B. THUERLMANN

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(\lambda \cdot S \cdot \text{BETA} \cdot S) / (\lambda \cdot B \cdot \text{BETA} \cdot R) = 0.29$

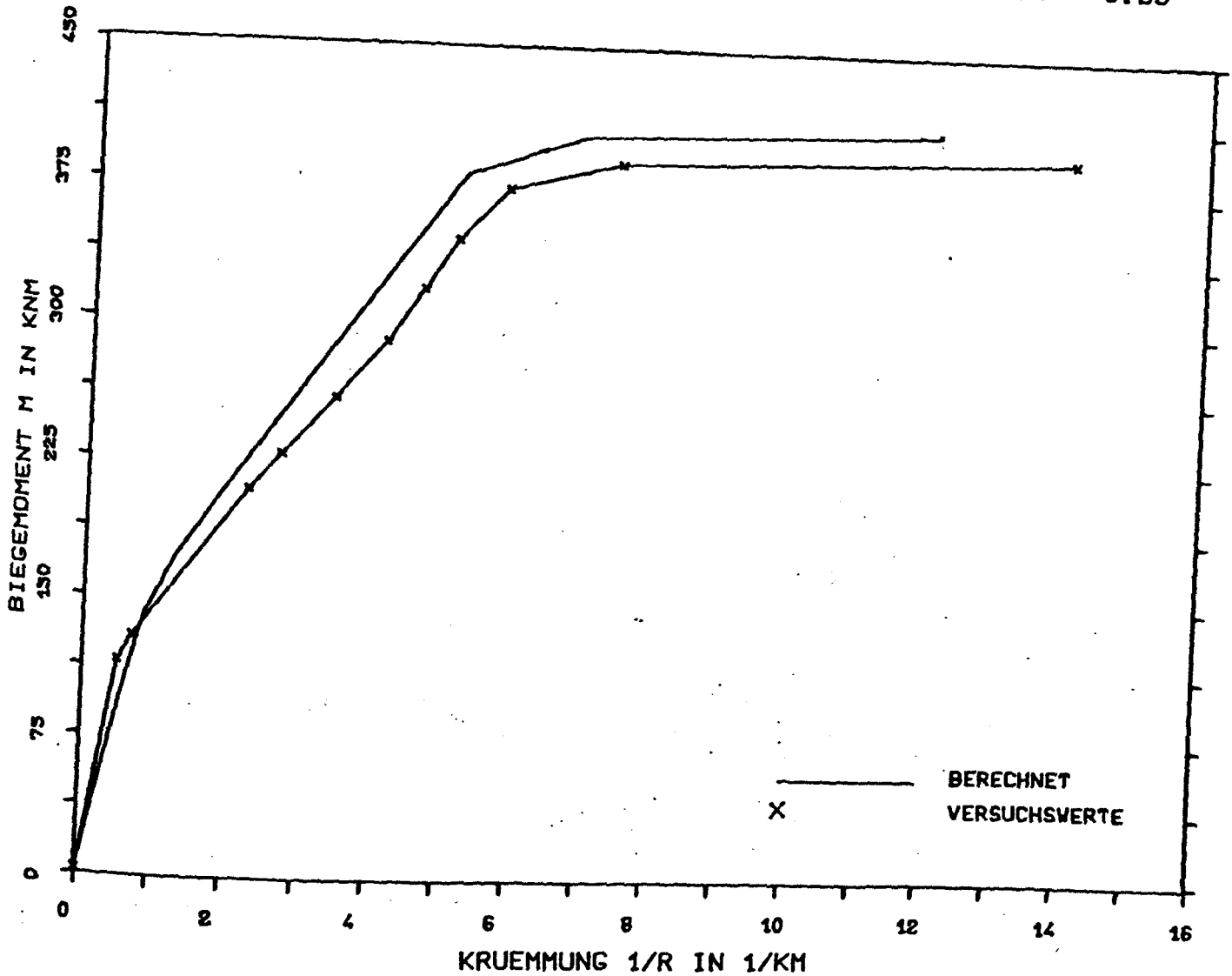


BILD 3.4.11: VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
σ_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
34.80	-2.0	-3.5	0.1	1.92	1.63	5.0	-0.15	SCHLAFF
					7.33	5.0	5.12	VORGESpanNT

VERSUCH B4, (T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLMANN

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.34

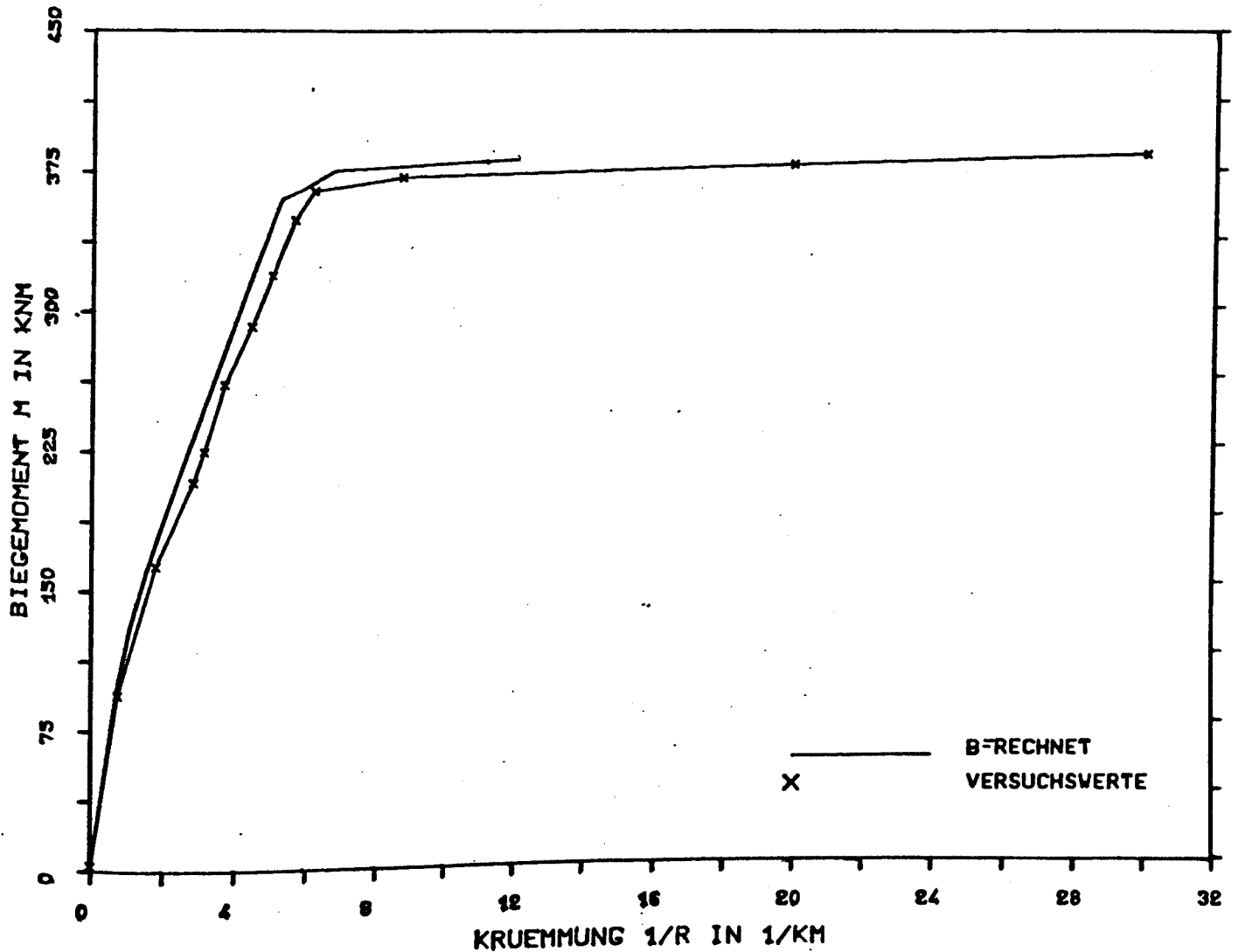


BILD 3.4.12: VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
27.20	-2.0	-3.5	0.1	2.24	1.63	5.0	-0.14	SCHLAFF
					7.33	5.0	5.18	VORGESpanNT

VERSUCH B5, (T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.22

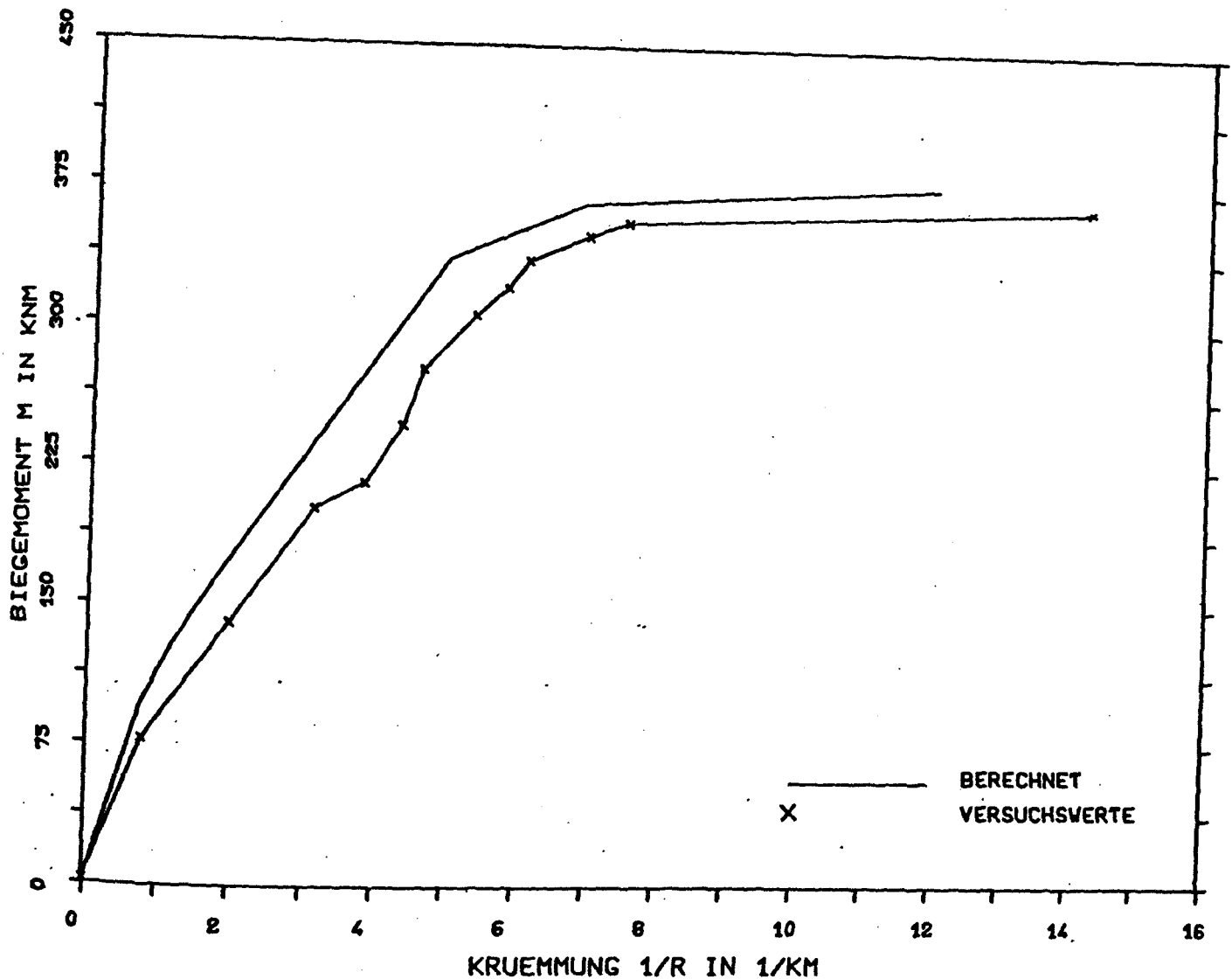


BILD 3.4.13: VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
33.60	-2.0	-3.5	0.1	1.91	1.63	5.0	-0.15	SCHLAFF
					7:33	5.0	5.18	VORGESpanNT

VERSUCH B6, (T-QUERSCHNITT)

AUS /4/ CAFLISCH, R., UND B.THUERLIMANN

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.34

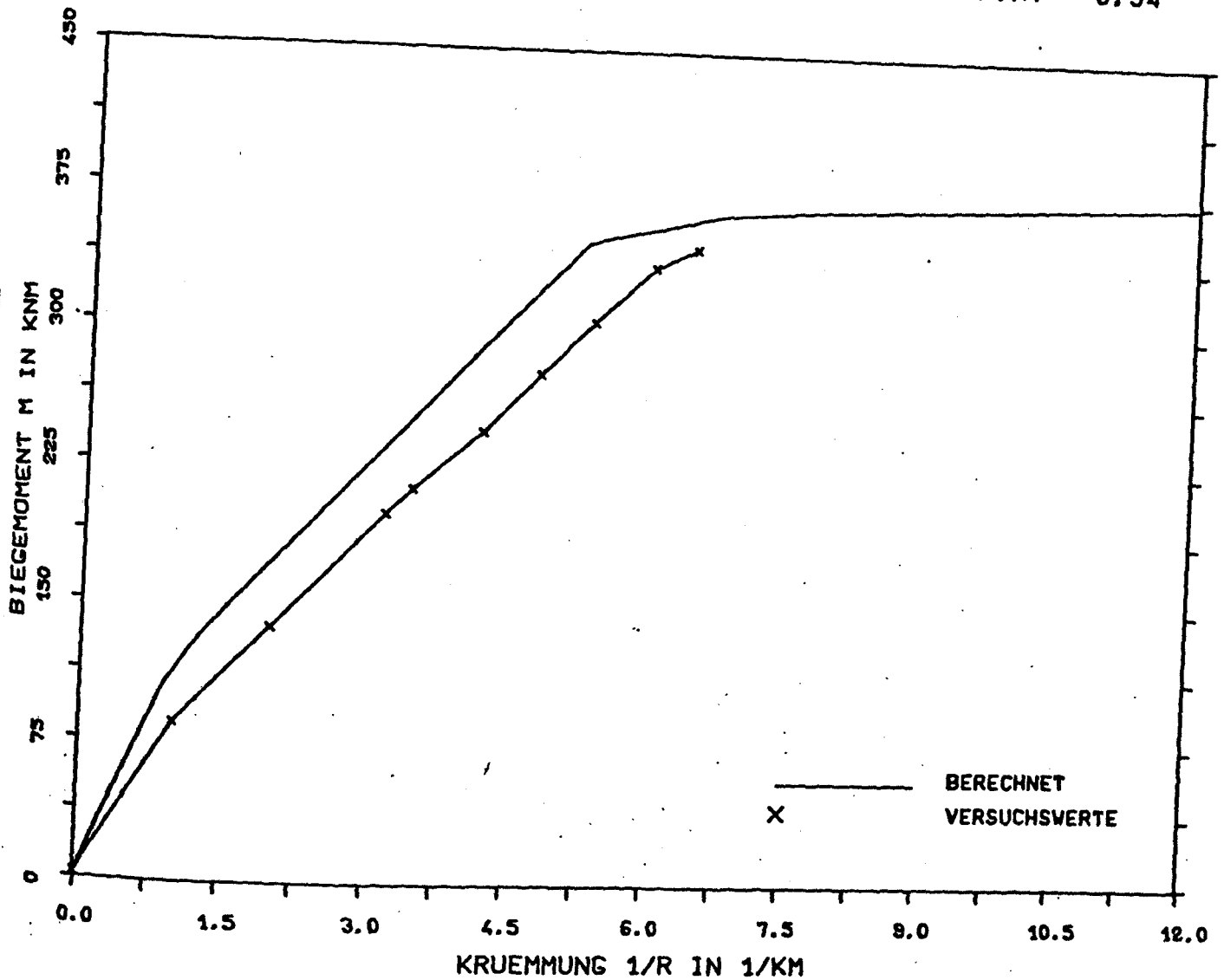


BILD 3.4.14: VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
24.60	-2.0	-3.5	0.1	2.43	1.63	5.0	-0.11	SCHLAFF
					7.33	5.0	5.27	VORGESpanNT

3.5 Versuche von Franz und Brenker /5/

Mit diesen Versuchen wurde die Auswirkung verschiedener Betonstahlsorten auf das Verformungsverhalten von Stahlbetonbalken bis zum Bruch untersucht. Es wurden im Einzelnen die Dehnungsverteilungen über die Balkenhöhe im Mittenquerschnitt und mit Hilfe einer besonderen Meßbrücke auch unmittelbar die mittlere Balkenkrümmung im Mittenbereich gemessen.

Hier werden nur die Versuche der Serie 2 und 3 nachgerechnet, weil nur sie mit Betonrippenstahl bewehrt waren.

Alle Versuchsbalken hatten einheitlich Rechteckquerschnitt mit den Abmessungen $b/d = 20/40$ cm und eine Spannweite von 3,00 m. Die Belastung der Balken der Serie 2 (Hauptversuche) erfolgte durch zwei Einzellasten jeweils 90 cm neben den Auflagern. Die Balken der Serie 3 wurden durch eine Einzellast in Feldmitte belastet.

Die wichtigsten Kennwerte der einzelnen Versuche sind in Tafel 3.5.1 zusammengestellt. Die gerechneten und gemessenen Momentkrümmungswerte sind aus den Bildern 3.5.1 bis 3.5.12 zu ersehen.

Für die Versuche der Serie 2 (Belastung mit zwei Einzellasten) ergibt sich für alle Bewehrungsverhältnisse eine gleich gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung. Auffallend ist dagegen die weniger gute Übereinstimmung bei den Versuchen der Serie 3 (Belastung mit einer Einzellast in Feldmitte). Es bleibt offen, ob diese Versuche für einen unmittelbaren Vergleich mit der Rechnung überhaupt geeignet sind, weil die Versuchswerte möglicherweise beträchtliche Störungen infolge der konzentrierten Lasteintragung beinhalten, die nicht mehr die Annahme eben bleibender Querschnitte in diesem Bereich rechtfertigen würde.

Lfd. Nr.	BEZEICHNUNG	β_w	E_b	h	BEWEHRUNG	β_s
		N/mm ²	kN/mm ²	cm		N/mm ²
1	A2a	28.3	26.5	36.5	7Ø14	455
2	A2b	40.3	30.6	35.9	7Ø14	455
3	A2c	42.2	30.6	35.7	7Ø14	455
4	B2a	31.6	29.4	36.2	6Ø12	428
5	B2b	36.0	29.4	36.2	6Ø12	428
6	B2c	42.4	28.2	36.2	6Ø12	428
7	C2a	43.0	28.2	36.0	3Ø10	477
8	C2b	32.2	28.6	36.2	3Ø10	477
9	C2c	33.1	28.6	36.1	3Ø10	477
10	A3	31.6	24.8	39.9	7Ø14	455
11	B3	30.2	24.8	36.2	6Ø12	428
12	C3	27.4	23.5	36.1	3Ø10	477

Tafel 3.5.1: Übersicht der wichtigsten Kennwerte für die nachgerechneten Versuche.

VERSUCH A2A (RECHTECKQUERSCHN.)
AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENKER

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.26

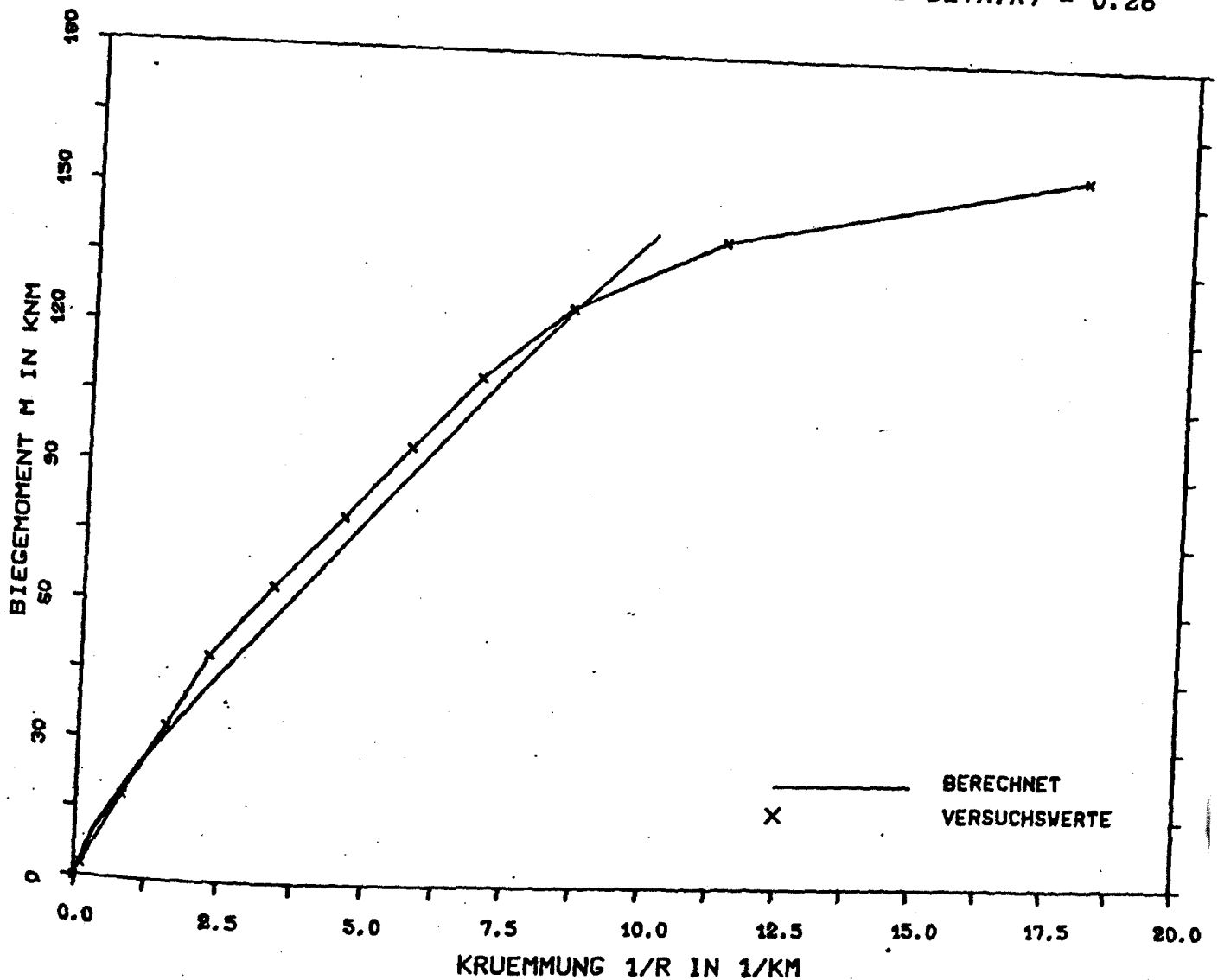


BILD 3.5.1 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE
MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
24.10	-2.0	-3.5	0.1	2.20	2.17	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH A2B (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENNER

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.18

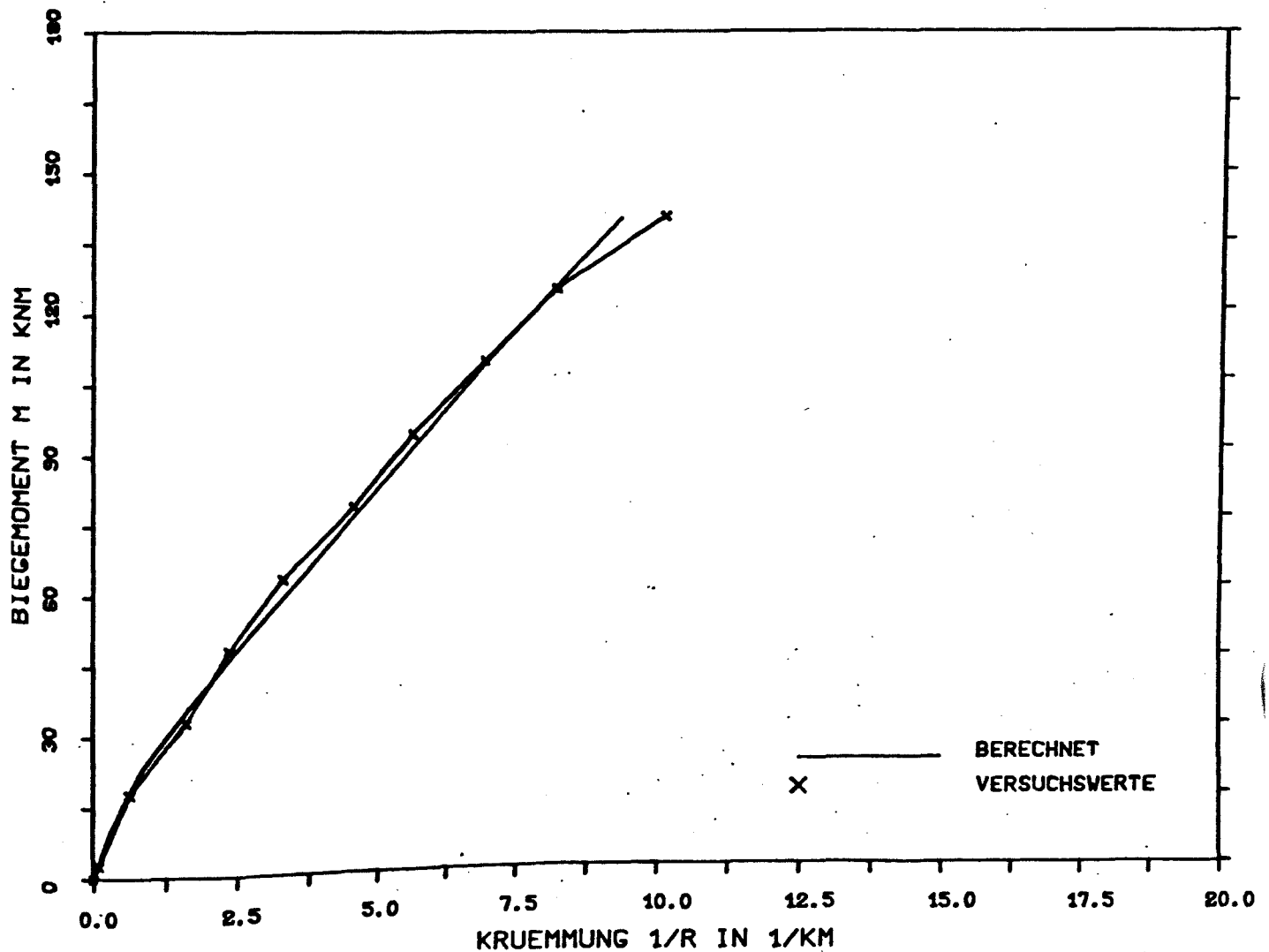


BILD 3.5.2 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
34.10	-2.0	-3.5	0.1	1.80	2.17	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH A2C (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENKER

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.17

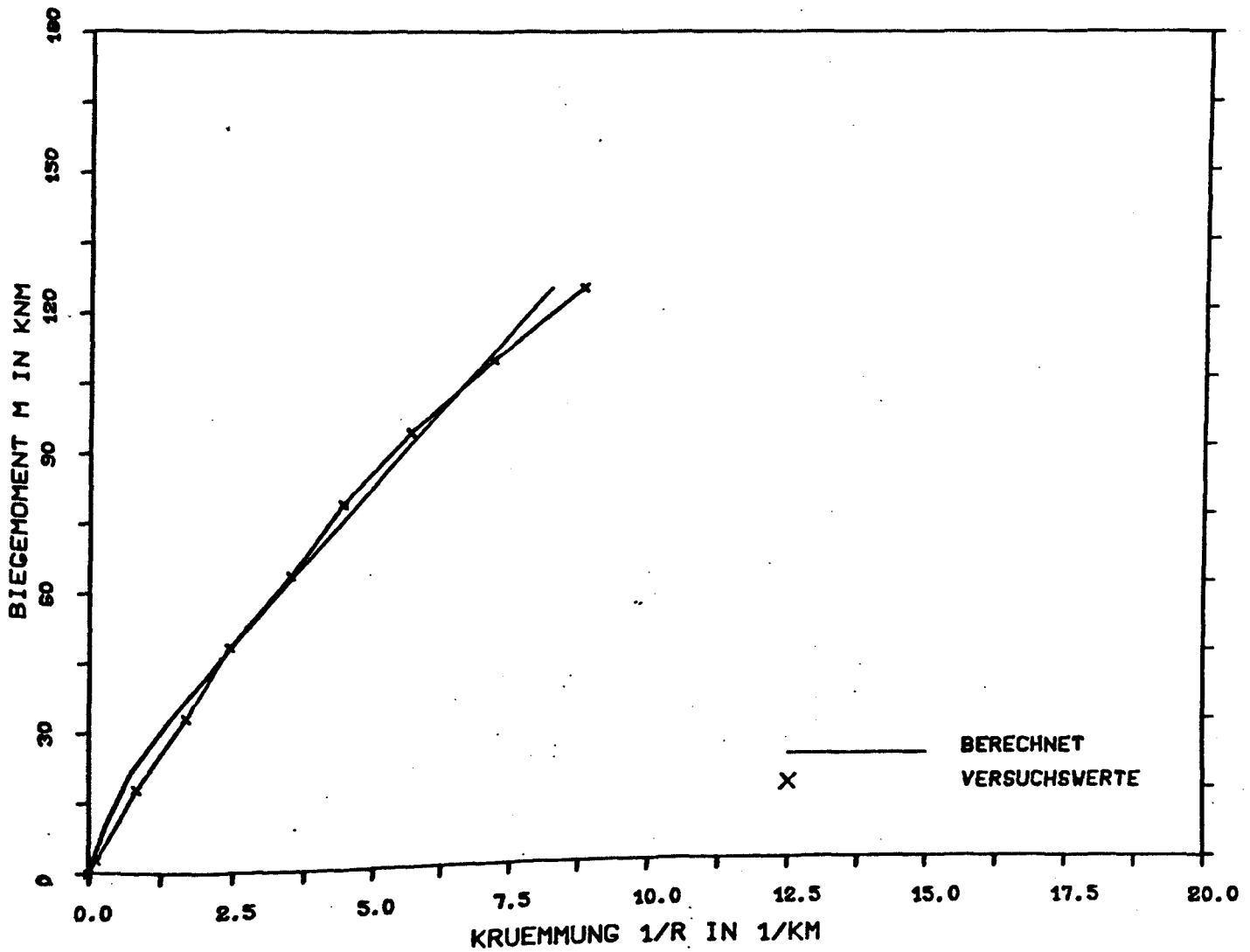


BILD 3.5.3 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
35.90	-2.0	-3.5	0.1	1.70	2.17	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH B2A (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENER

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.14

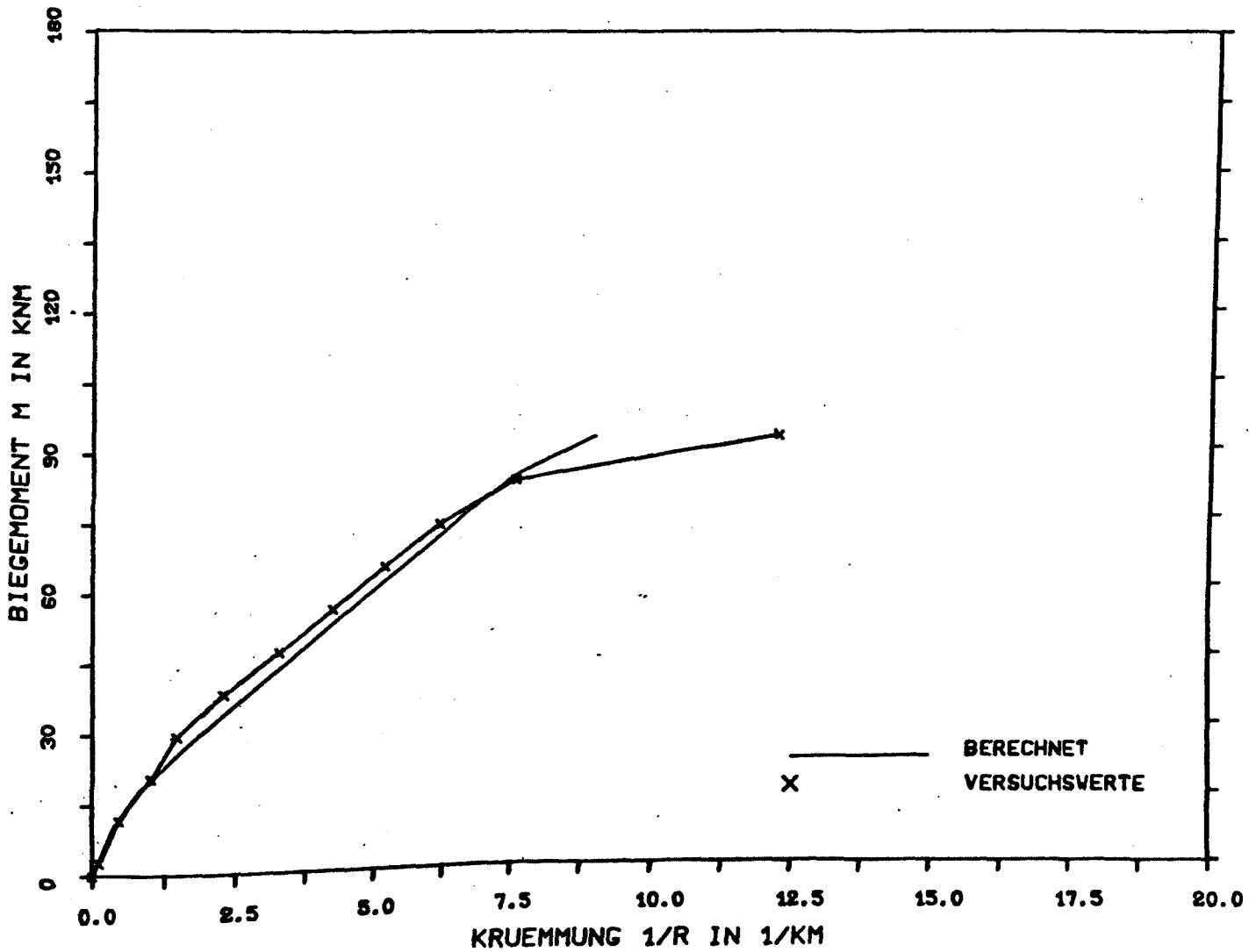


BILD 3.5.4 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
26.90	-2.0	-3.5	0.1	2.20	2.03	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH B2B (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENKER

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(\lambda.S*\text{BETA}.S)/(\lambda.B*\text{BETA}.R) = 0.13$

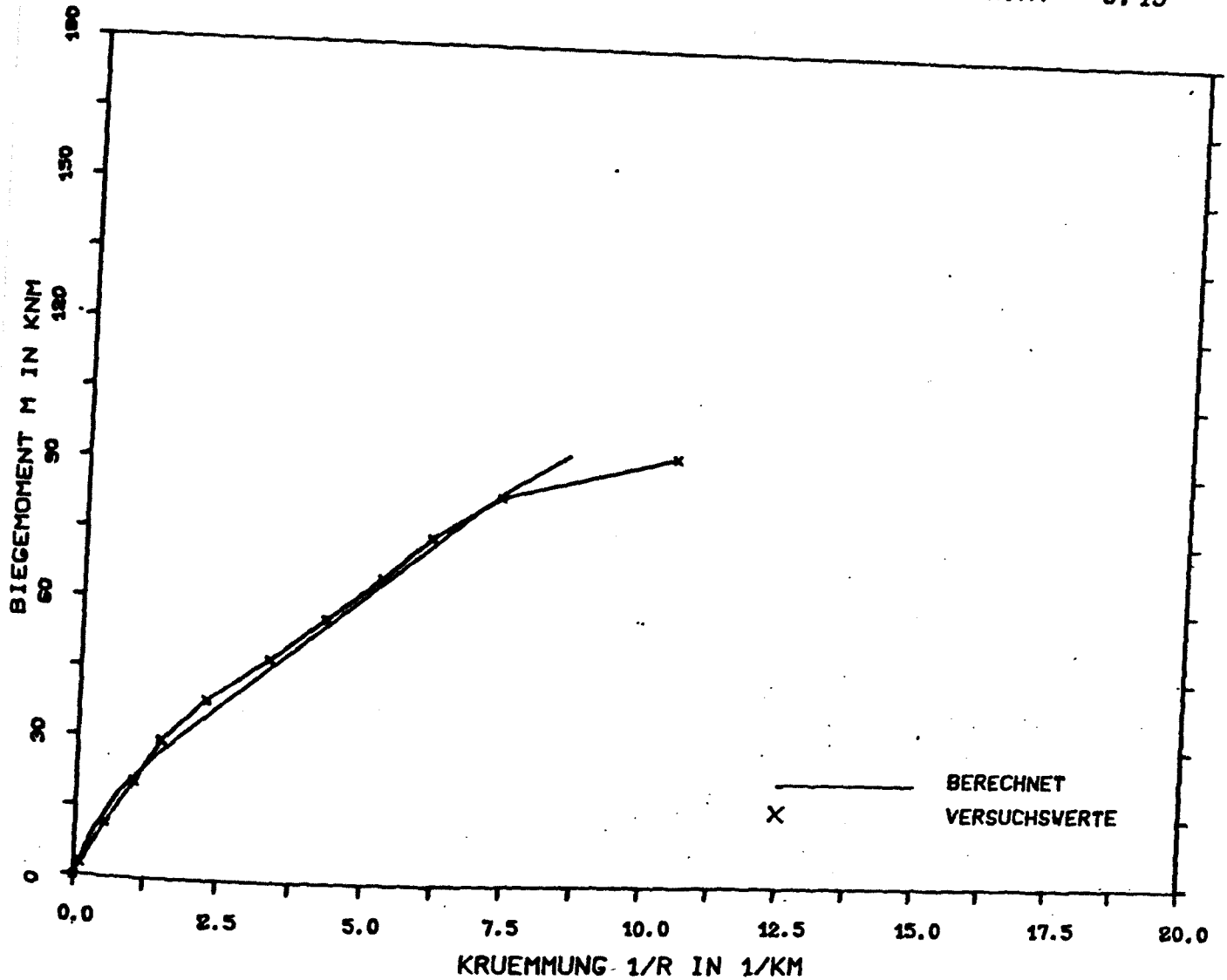


BILD 3.5.5 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
29.80	-2.0	-3.5	0.1	2.00	2.03	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH B2C (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENER

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(A.S * \text{BETA}.S) / (A.B * \text{BETA}.R) = 0.10$

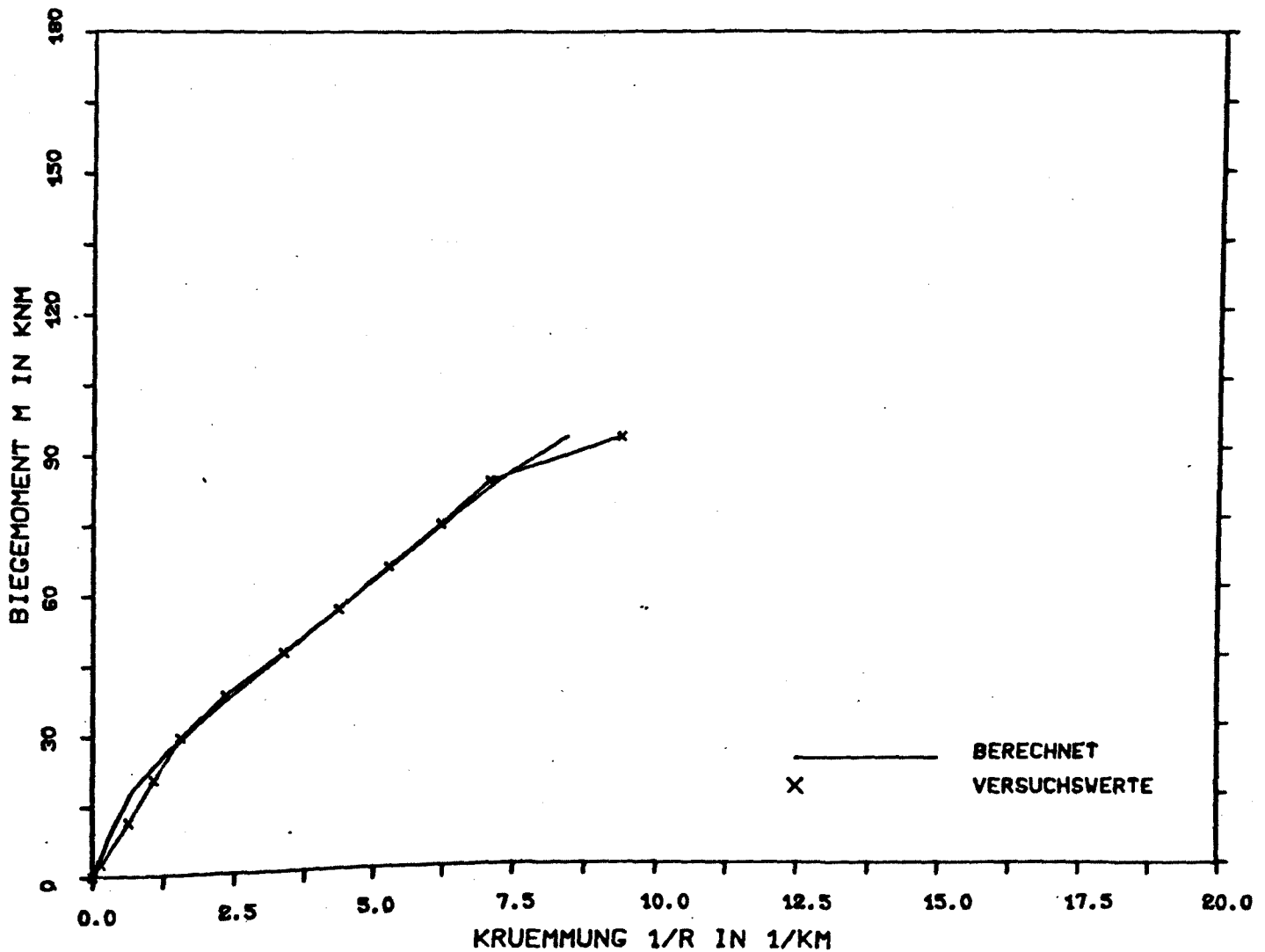


BILD 3.5.6 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
36.00	-2.0	-3.5	0.1	1.60	2.03	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCHSR. C2A (RECHTSECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENER

LAENGSKRAFT N = 0,00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.04

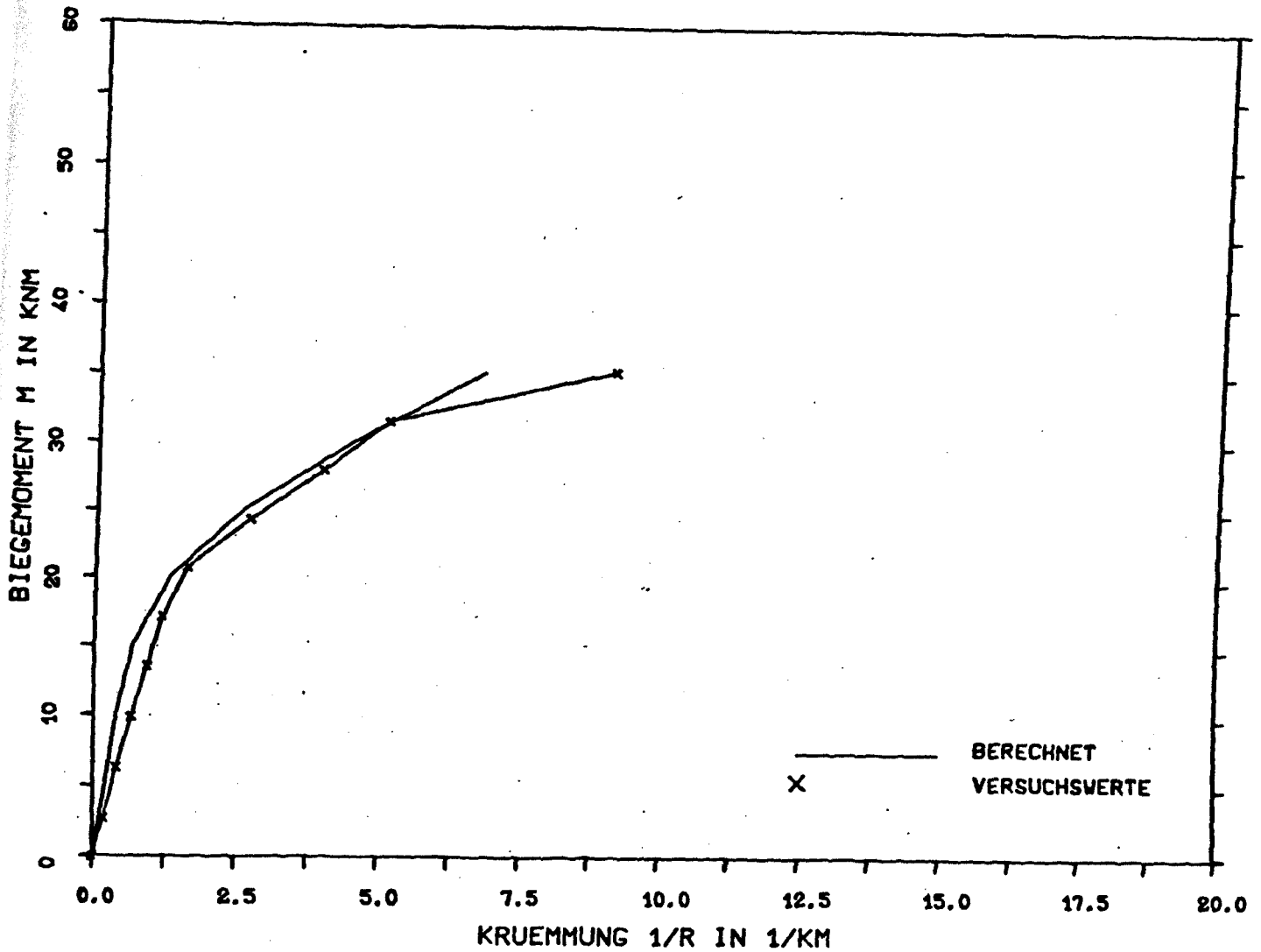


BILD 3.5.7 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
36.60	-2.0	-3.5	0.1	1.50	2.27	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCHSR. C2B (RECHTSECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENER

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(\lambda \cdot S \cdot \text{BETA} \cdot S) / (\lambda \cdot B \cdot \text{BETA} \cdot R) = 0.05$

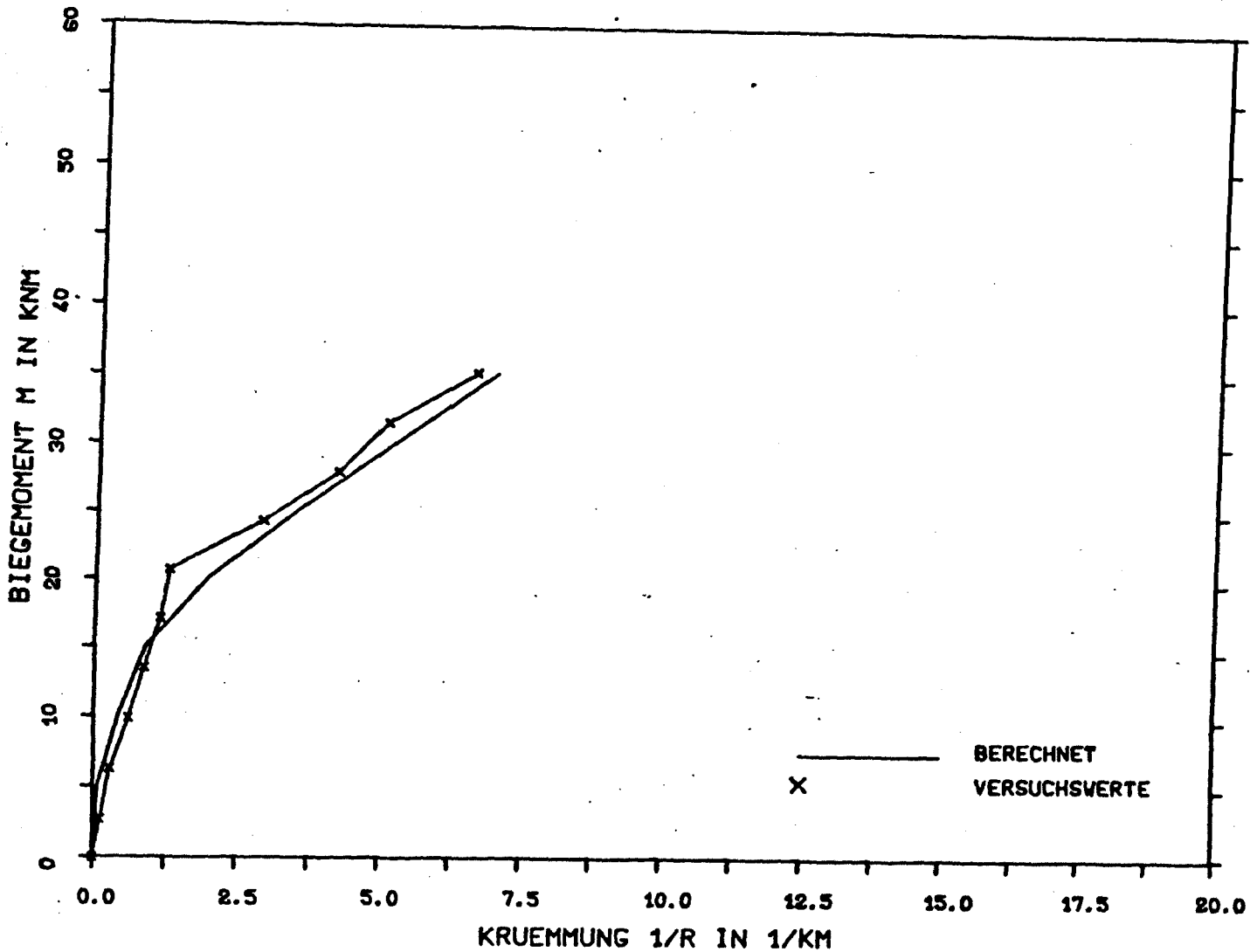


BILD 3.5.8 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
27.40	-2.0	-3.5	0.1	2.10	2.27	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCHSR. C2C (RECHTSECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENKER

LAENGSKRAFT N = 0.00

BEWEHRUNGSVERH. OMEGA = SUMME(A.S*BETA.S)/(A.B*BETA.R) = 0.05

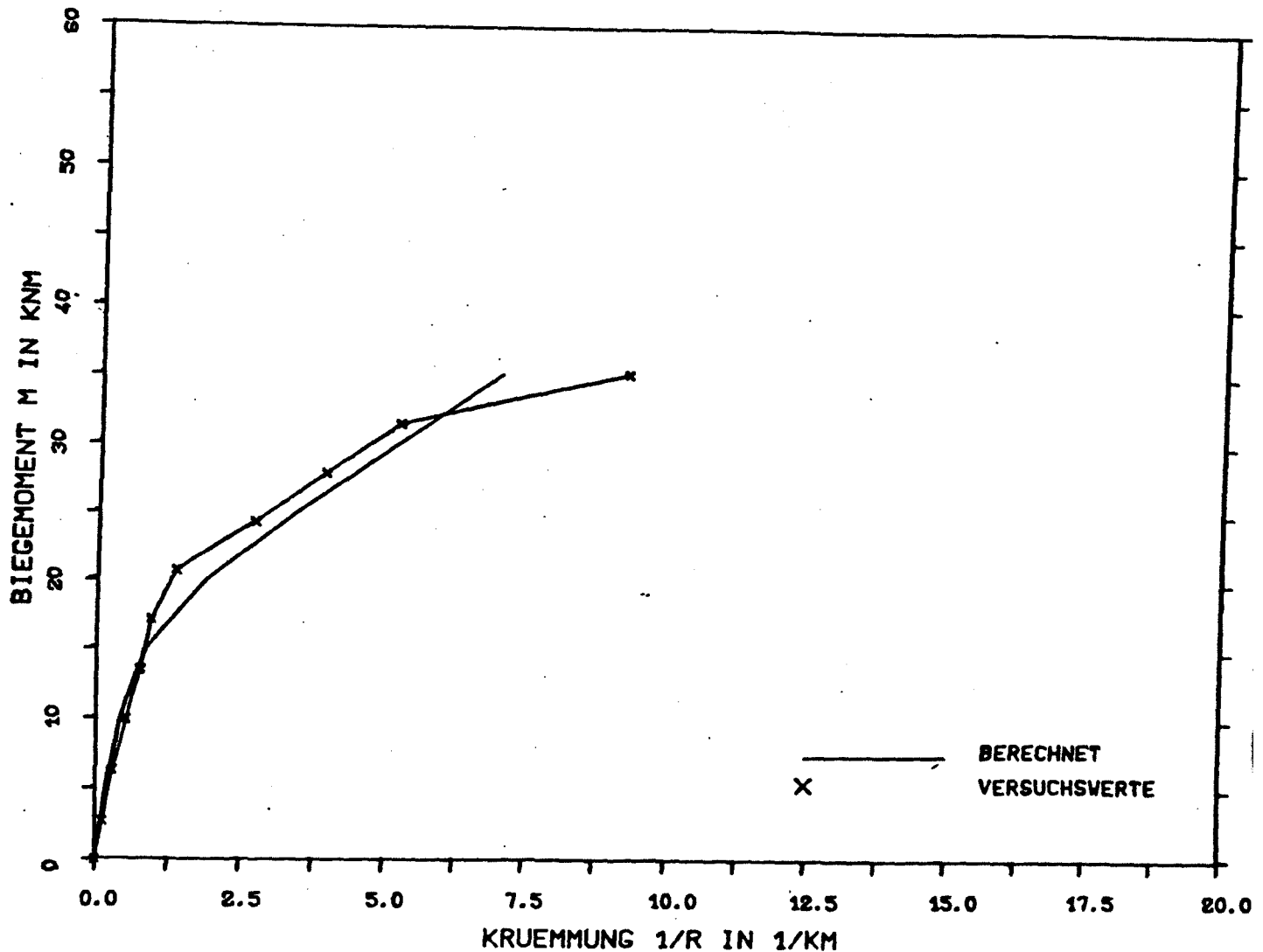


BILD 3.5.9 : VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE
MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
28.10	-2.0	-3.5	0.1	2.00	2.27	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH A3 (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H. BRENKER

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(A.S * \text{BETA}.S) / (A.B * \text{BETA}.R) = 0.23$

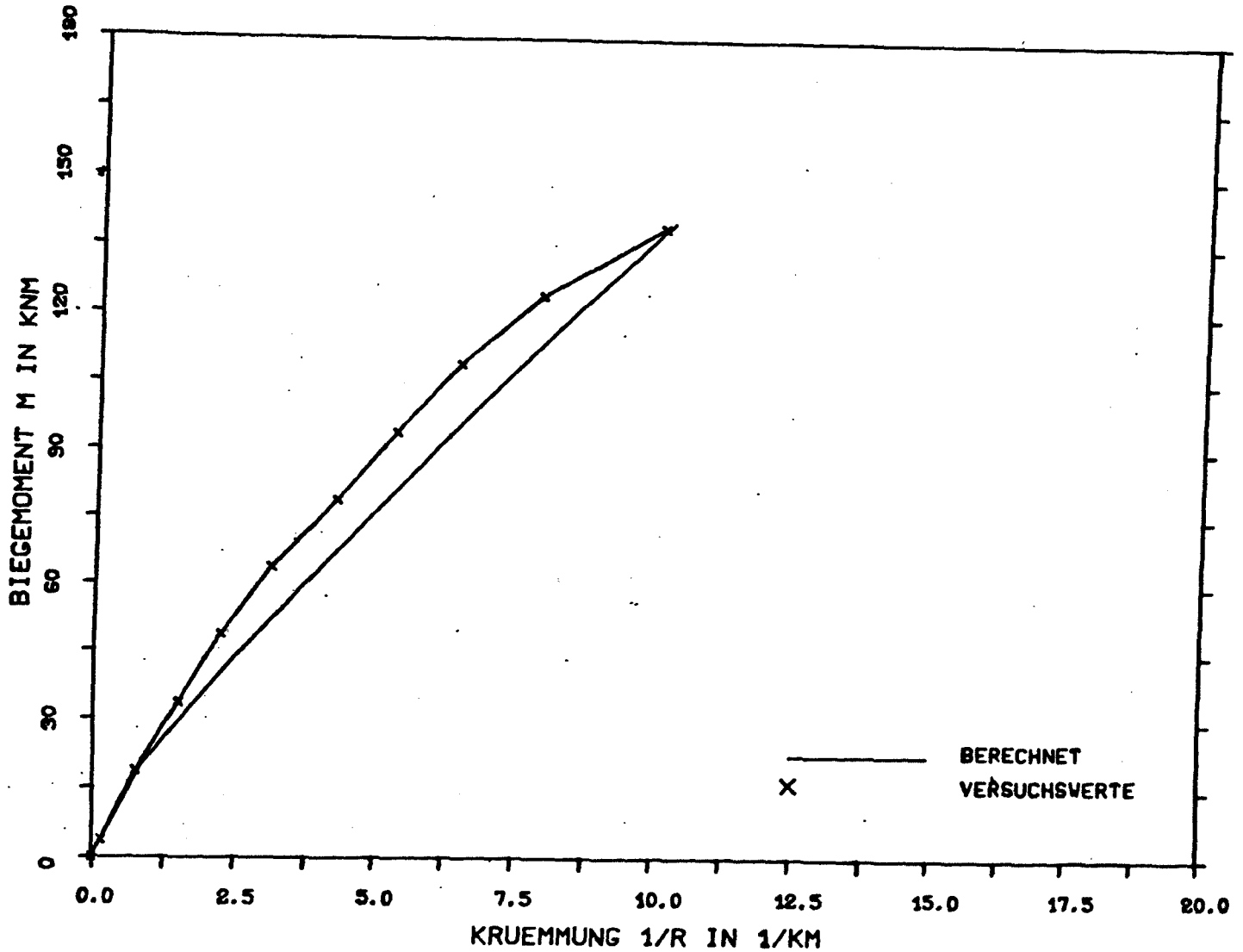


BILD 3.5.10: VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRÜMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_u mm/m	ϵ_v mm/m	
26.70	-2.0	-3.5	0.1	1.80	2.17	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH B3 (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENER

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(A.S * \text{BETA}.S) / (A.B * \text{BETA}.R) = 0.14$

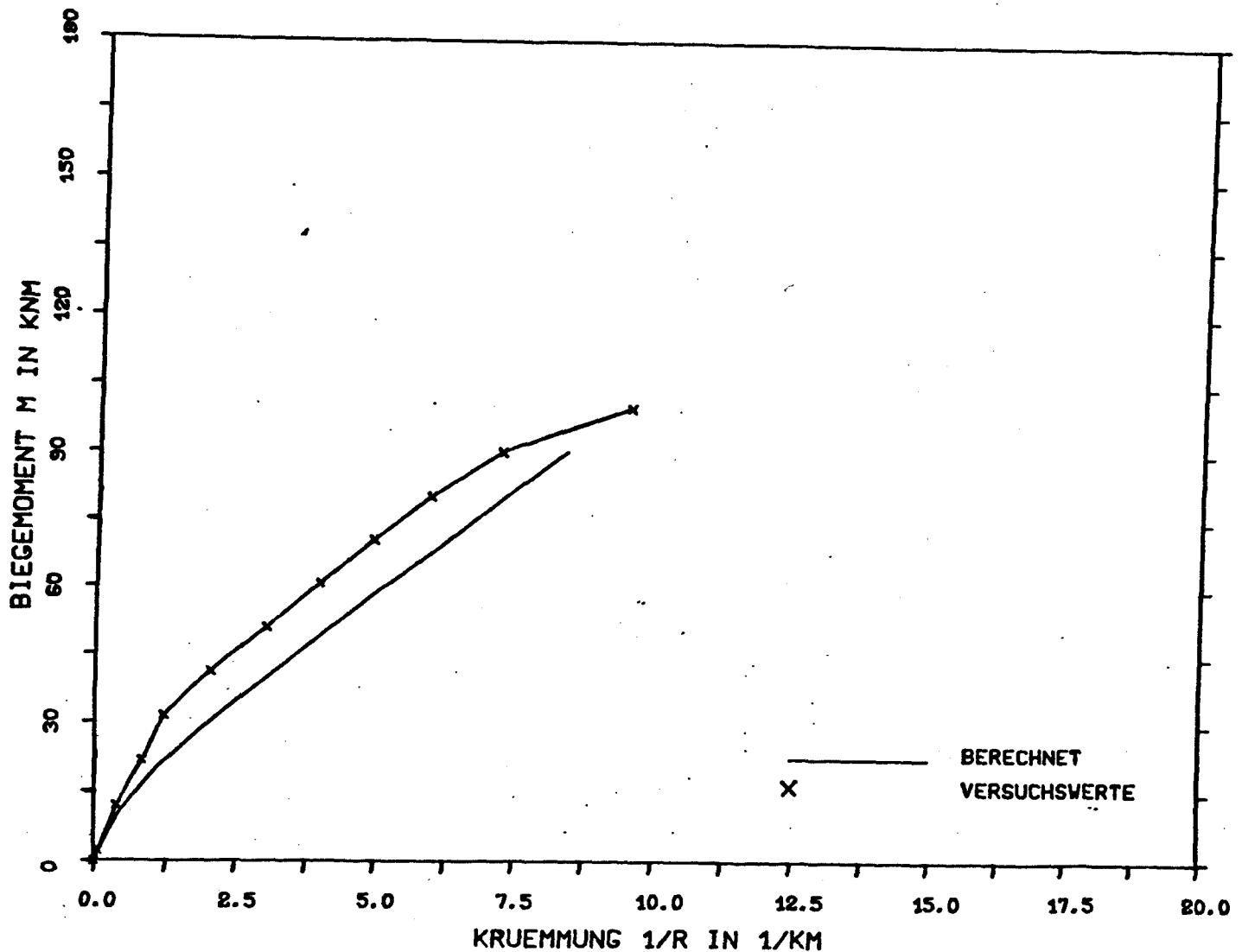


BILD 3.5.11: VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
25.70	-2.0	-3.5	0.1	1.90	2.03	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

VERSUCH C3 (RECHTECKQUERSCHN.)

AUS /5/ FRANZ, G., UND H.BRENKER

LAENGSKRAFT $N = 0.00$

BEWEHRUNGSVERH. $\Omega = \text{SUMME}(A.S * \text{BETA}.S) / (A.B * \text{BETA}.R) = 0.06$

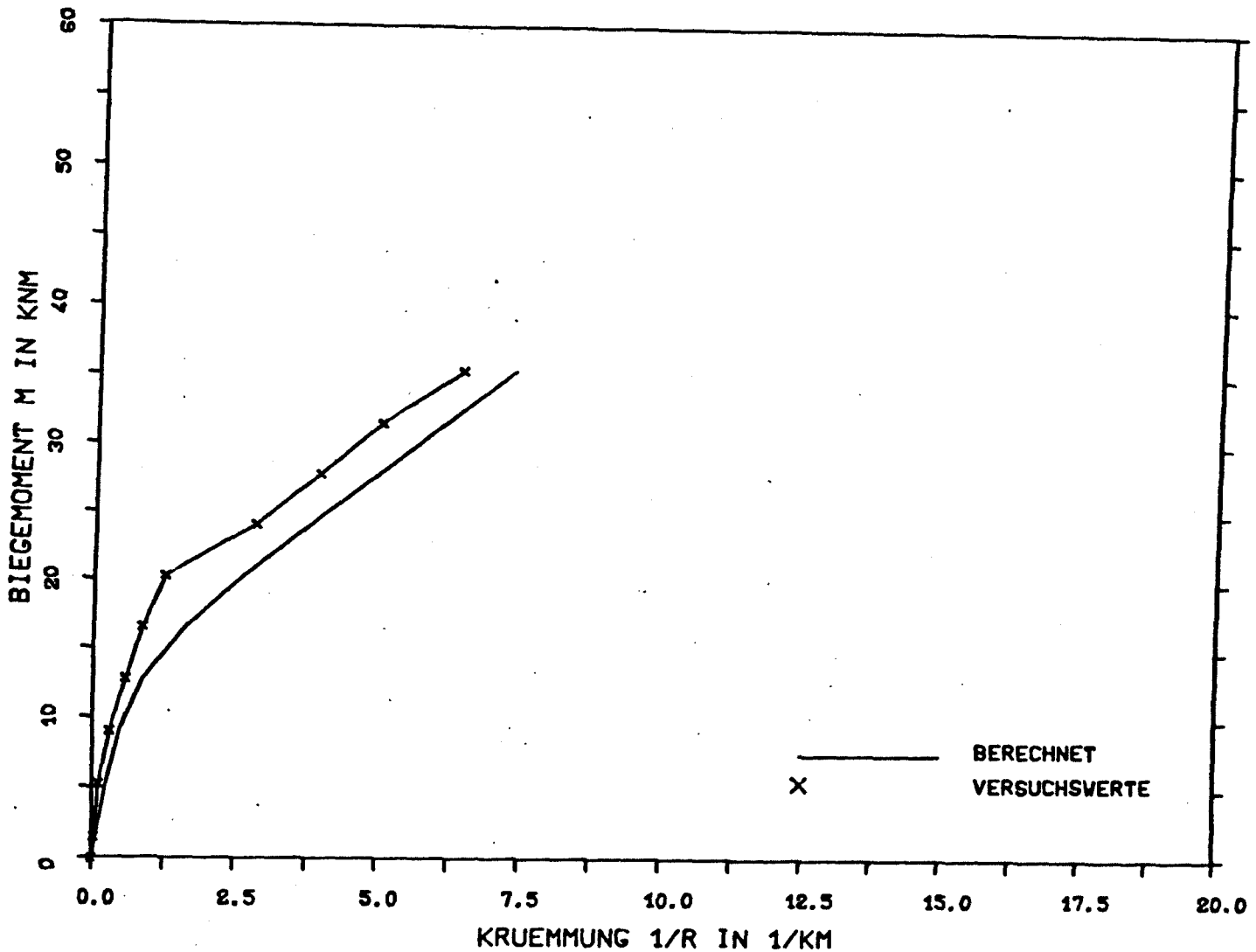


BILD 3.5.12: VERGLEICH DER BERECHNETEN MOMENT/KRUEMMUNGS-WERTE MIT DEN VERSUCHSWERTEN

EINGABEPARAMETER DER SPANNUNG/DEHNUNGS-LINIEN

B E T O N					B E W E H R U N G			
β_R N/mm ²	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_{BZ} mm/m	EXPONENT n	ϵ_S mm/m	ϵ_U mm/m	ϵ_V mm/m	
28.10	-2.0	-3.5	0.1	2.00	2.27	5.0	-	SCHLAFF
					-	-	-	VORGESpanNT

4 Zusammenfassung

Mit einer im Zug- und Druckbereich definierten Spannungsdehnungsbeziehung für Beton werden Momentkrümmungswerte berechnet, die das Mitwirken des Betons auf Zug zwischen den Rissen erfassen. Wegen der üblichen Annahme der technischen Biegelehre über das Ebenbleiben der Querschnitte entsprechen die errechneten Momentkrümmungswerte dem Mittelwert der tatsächlich nicht konstanten Balkenkrümmung und reichen zur Berechnung von Verformungen aus. Es wurde darauf verzichtet, einzelne Kennwerte der Spannungsdehnungsbeziehung für Beton den besonderen Verhältnissen einzelner Versuche anzupassen. Alle 39 Versuche wurden mit einheitlichen Dehnungswerten für das Erreichen der Biegezug- bzw. Druckfestigkeit berechnet. Die Anwendbarkeit für Ausführungsrechnungen in der Praxis kann anhand der nachgerechneten Momentkrümmungsbeziehungen beurteilt werden. Im Allgemeinen ergibt sich eine für praktische Belange ausreichende Übereinstimmung mit den Versuchen. Die vorgeschlagene Spannungsdehnungsbeziehung für Beton kann als Grundlage allgemein anwendbarer Rechenverfahren verwendet werden, mit denen die Formänderungen sowohl unter rechnerischer Bruchlast und für alle dazwischen liegenden Zustände ermittelt werden können.

5 Anerkennungen

Diese Untersuchungen wurden mit Hilfe von Forschungsmitteln des Landes Niedersachsen gefördert.

Die Nachrechnung der Versuche hat Herr Dipl.-Ing. A. Achwan durchgeführt; hierbei hat Herr cand. ing. W. Dingel mitgearbeitet. Die verwendeten Rechenprogramme wurden im Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz entwickelt und auf der im Institut vorhandenen Rechenanlage PRIME 400 ausgeführt. Sie entsprechen im Wesentlichen denen im Programmpaket PBMQ, das in der Lehrveranstaltung "Programmgesteuertes Berechnen im Massivbau I" für Querschnittsuntersuchungen verwendet wird.

Frau Bödeker besorgte die Reinschrift des Berichtes.

6 Zusammenstellung der Formelzeichen

A_b	Querschnittsfläche des Betons (brutto)
A_s	Querschnittsfläche der Gesamtbewehrung (Betonstahl)
E	Elastizitätsmodul
M	Moment
N	Längskraft
R	Resultierende der Spannungen
b	Querschnittsbreite
d	Querschnittsdicke
h	Abstand der Zugbewehrung vom Druckrand
f_N	Auf β_R bezogene Mittelspannung in der Betondruckzone
f_M	Auf die Druckzonenhöhe bezogener Abstand der Spannungsresultierenden von der Dehnungsnulllinie
	Für die Zugzone werden f_N und f_M mit sinngemäßer Bedeutung verwendet
k	Krümmung eines Stabes, $k = 1/r$
n	Exponent der Spannungdehnungslinie für Beton
r	Radius des Krümmungskreises, $r = 1/k$
β_{BZ}	Rechnungswert der Betonbiegezugfestigkeit
β_R	Rechnungswert der Betondruckfestigkeit, $\beta_R = \alpha \beta$
β_S	Festigkeit an der Streckgrenze des Betonstahls
β_W	Würfeldruckfestigkeit des Betons
δ	Auf ϵ_S bezogene Dehnung ϵ

ϵ	Dehnung, als Stauchung negativ
ϵ_{BZ}	Betondehnung bei Erreichen der Biegezugfestigkeit β_{BZ}
ϵ_b	Betondehnung
$\epsilon_S, \epsilon_{SS}$	Dehnung bei Erreichen der Festigkeit (β_R oder β_S)
ϵ_S	Betonstahldehnung
ϵ_U	Grenzdehnung
ϵ_V	Vordehnung
ω	Mechanisches, auf $A_b \cdot \beta_R / \beta_S$ bezogenes, Bewehrungsverhältnis, $\omega = A_S \cdot \beta_S / (A_b \cdot \beta_R)$
σ	Spannung
σ_{BZ}	Mittelwert der rechnerischen Betonbiegezugspannungen bei begrenzter Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen in der Zugzone
rel σ	Auf β_R oder β_{BZ} bezogene Spannung σ

7 Schrifttum

- /1/ Rüschi, H., und Rehm, G. : Versuche mit Betonformstählen, DAfStb, Heft 140, 1963.
- /2/ Rüschi, H., und Rehm, G. : Versuche mit Betonformstählen (Teil II), DAfStb, Heft 160, 1963.
- /3/ Weigler, H., Karl, S. und Lieser, P. : Über die Biegetragfähigkeit von Stahlleichtbeton, Betonwerk + Fertigteil-Technik (1972), H. 5, S. 324 - 334.
- /4/ Caflisch, R., und Thürlimann, B. : Biegeversuche an teilweise vorgespannten Betonbalken, Institut für Baustatik ETH Zürich, Bericht Nr. 6504 - 1, 1970.
- /5/ Franz, G., und Brenker, H. : Verformungsversuche an Stahlbetonbalken mit hochfestem Bewehrungstahl, DAfStb, Heft 188, 1967.
- /6/ DIN 1045 (12.78), Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung.
- /7/ Grasser, E., und Thielen, G. : Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045, DAfStb, Heft 240, 1976.
- /8/ Rao, P. S. : Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte, DAfStb, Heft 177, 1966.

- /9/ Ngo, D., und Scordelis, A. C. : Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, Journal of the ACI (1967), Vol. 64, No. 3, p. 152 - 163.
- /10/ Nilson, A. H. : Finite Element Analysis of Reinforced Concrete, Ph. D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1967.
- /11/ Franklin, H. A. : Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames and Panels, SESM Report No. 70 - 5, University of California, Berkeley 1970.
- /12/ Plauk, G. : Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der Methode der finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl, Bundesanstalt für Materialprüfung Berlin, Forschungsbericht 59, 1979.
- /13/ Gilbert R. I., und Warner, R. F. : Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs, ASCE, Journal of the structural division (1978), H. 12, S. 1885 - 1900.
- /14/ Rüschi, H. : Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone, DAfStb, Heft 120, 1955.